TẠP CHÍ KHOA HỌC ĐHQG HN, KHTN, t.XI, n°1 - 1995

TENSOR ĐỘ DẪN ĐIỆN CỦA BÁN DẪN TRONG TỪ TRƯỜNG BIẾN ĐỔI

Nguyễn Quốc Anh, Nguyễn Thị Tú Uyên
Khoa Vật lý, ĐHTH Hà Nội

Khi nghiên cứu các hiệu ứng động học thống kê trong điện từ trường, việc tính tensor độ dẫn điện của khí điện tử (plasma hoặc bán dẫn) σ_{ik} biểu thị định luật Ohm ($j_i = \sigma_{ik}E_k$ - trong đó $\vec{j}$ là mật độ dòng điện, $\vec{E}$ là trường tĩnh điện) là một bài toán cơ bản. Nếu tính được tensor độ dẫn điện σ_{ik} ta có thể xem xét hàng loạt các hiệu ứng động học thống kê như hiệu ứng Hall, điện trở từ, cộng hưởng cyclotron v.v... trong plasma hoặc trong bán dẫn.

Trong từ trường không đổi $\vec{H}$, bài toán đã được giải quyết và đã được đưa vào hầu hết các giáo trình vật lý bán dẫn (xem [1, 2]). Trong các công trình [3-6] các tác giả đã xem xét bài toán tính tensor độ dẫn điện σ_{ik} trong từ trường biến đổi

$$\vec{H}(t) = \vec{H}_0 + \vec{H}_1 \cos\Omega t, \tag{1}$$

trong đó thành phần biến đổi $\vec{H}_1 \cos\Omega t$ định hướng song song với thành phần không đổi $\vec{H}_0$, Ω - tần số thành phần biến đổi của từ trường. Tuy nhiên, các tác giả [3-6] mới chỉ giải được bài toán trong trường hợp riêng, khi điện trường $\vec{E}$ và từ trường $\vec{H}(t)$ hướng vuông góc với nhau và đã chỉ ra điều thú vị là các hiệu ứng động học thống kê như hiệu ứng Hall, điện trở từ có tính dao động, đặc biệt khi thành phần biến đổi của từ trường có tần số đủ lớn.

Trong bài này, chúng tôi trình bày một phương pháp khác (phương pháp "toán tử") cho phép giải bài toán tính σ_{ik} trong trường hợp tổng quát, khi điện trường $\vec{E}$ và từ trường $\vec{H}(t)$ được định hướng tùy ý.

Chúng ta xuất phát từ phương trình động cổ điển Boltzmann đối với hàm phân bố của các điện tử $f(\vec{p},t)$ trong điện trường $\vec{E}$ và từ trường biến đổi $\vec{H}(t)$ xác định bởi công thức (1):

$$\frac{\partial f(\vec{p},t)}{\partial t} - \left(e\vec{E} + \frac{e}{mc}[\vec{p},\vec{H}(t)], \frac{\partial f(\vec{p},t)}{\partial \vec{p}}\right) = I(f), \tag{2}$$

trong đó e, m, $\vec{p}$ và $\varepsilon_{\vec{p}} = \dfrac{p^2}{2m}$ là điện tích, khối lượng hiệu dụng, xung lượng và năng lượng của điện tử dẫn tương ứng, c - vận tốc ánh sáng, $I(f)$ - tích phân va chạm của điện tử với phonon của mạng tinh thể. Trong gần đúng thời gian phục hồi xung lượng theo năng lượng $\tau(\varepsilon_{\vec{p}})$, $I(f)$ có dạng:

$$I(f) = -\frac{f(\vec{p},t) - f_0(\varepsilon_{\vec{p}})}{\tau(\varepsilon_{\vec{p}})},$$

ở đây $f_0(\varepsilon_{\vec{p}})$ làm hàm phân bố cân bằng của điện tử khi chưa có trường ngoài.

Ta giải phương trình (2) bằng cách đưa vào "mật độ dòng riêng" [7].

$$\vec{R}(\varepsilon,t) = -\frac{e}{m}\sum_{\vec{p}} \vec{p} f(\vec{p},t)\delta(\varepsilon - \varepsilon_{\vec{p}}). \tag{3}$$

Nhân hai vế của phương trình (2) với $-\frac{e}{m}\vec{p}\delta(\varepsilon-\varepsilon_{\vec{p}})$ rồi lấy tổng theo toàn xung lượng $\vec{p}$, ta nhận được phương trình đối với $\vec{R}(\varepsilon,t)$:

$$\frac{\partial\vec{R}(\varepsilon,t)}{\partial t}-(\omega_0+\omega_1\cos\Omega t)[\vec{h},\vec{R}(\varepsilon,t)]=-\frac{\vec{R}(\varepsilon,t)}{\tau(\varepsilon)}+\vec{Q}(\varepsilon,t), \tag{4}$$

ở đây $\omega_0=\frac{eH_0}{mc}$, $\omega_1=\frac{eH_1}{mc}$ - tần số cyclotron đối với thành phần không đổi $\vec{H}_0$ và biến đổi $\vec{H}_1\cos\Omega t$ tương ứng, $\vec{h}=\frac{\vec{H}(t)}{H(t)}$ là vectơ đơn vị theo hướng của từ trường $\vec{H}(t)$,

$$\vec{Q}(\varepsilon,t)=-\frac{e^2}{m}\sum_{\vec{p}}\left(\vec{E},\frac{\partial f(\vec{p},t)}{\partial\vec{p}}\right)\vec{p}\delta(\varepsilon-\varepsilon_{\vec{p}}). \tag{5}$$

Trong gần đúng tuyến tính theo E, trong (5) có thể thay $f(\vec{p},t)$ bằng hàm phân bố cân bằng $f_0(\varepsilon_{\vec{p}})$, chúng ta nhận được:

$$\frac{d\vec{R}(t)}{dt}-(\omega_0+\omega_1\cos\Omega t)[\vec{h},\vec{R}(t)]+\nu(\varepsilon)\vec{R}(t)=\vec{Q}(\varepsilon), \tag{6}$$

trong đó

$$\vec{Q}(\varepsilon)=-\frac{e^2(2m)^{3/2}}{3\pi^2 m}\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\vec{E}, \tag{7}$$

$\nu(\varepsilon)=\frac{1}{\tau(\varepsilon)}$ - tần số va chạm hiệu dụng, trong (6) chúng ta viết đạo hàm toàn phần $\frac{d\vec{R}(t)}{dt}$ vì hiện tại chúng ta chưa quan tâm tới sự phụ thuộc của $\vec{R}(\varepsilon,t)$ vào năng lượng ε.

Phương trình (6) là phương trình vi phân vector tuyến tính không thuần nhất. Ta sẽ chia phép giải phương trình (6) làm hai giai đoạn:

Giải phương trình thuần nhất:

$$\frac{d\vec{R}(t)}{dt}-(\omega_0+\omega_1\cos\Omega t)[\vec{h},\vec{R}(t)]+\nu\vec{R}(t)=0. \tag{8}$$

Ta đưa vào phép giải "toán tử $\hat{h}$" được xác định như sau:

$$\hat{h}\vec{X}=[\vec{h},\vec{X}]. \tag{9}$$

Dễ dàng kiểm tra thấy:

$$(\hat{h}^2+1)\vec{X}=\vec{h}(\vec{h},\vec{X}),\quad \hat{h}^3=-\hat{h}$$

và

$$\exp(\alpha\hat{h})=(\hat{h}^2+1)-\hat{h}^2\cos\alpha+\hat{h}\sin\alpha. \tag{10}$$

Như vậy, với việc đưa vào toán tử $\hat{h}$, nghiệm tổng quát của phương trình (8) có dạng như sau:

$$\begin{aligned}\vec{R}(t)&=\exp\left\{-\int_0^t[\nu-(\omega_0+\omega_1\cos\Omega t')\hat{h}]dt'\right\}\vec{R}_0\\&=\exp[-\nu t+\omega_0 t\hat{h}+\Delta\sin(\Omega t)\hat{h}]\vec{R}_0,\end{aligned} \tag{11}$$

trong đó $\vec{R}_0$ xác định từ điều kiện ban đầu, $\Delta = \frac{\omega_1}{\Omega}$. Đặt (10) vào (11), ta tìm được:

$$\vec{R}(t) = e^{-\nu t}\Big\{\hat{h}^2 + 1 - \hat{h}^2\mathcal{R}e^{i(\omega_0 t+\Delta\sin\Omega t)} + \hat{h}\mathcal{F}e^{i(\omega_0 t+\Delta\sin\Omega t)}\Big\}\vec{R}_0. \quad (12)$$

Từ(12) ta thấy $\vec{R}(t)$ giảm khi t tăng theo dạng hàm số mũ ($\sim e^{-\nu t}$), nên $\vec{R}(t) \to 0$ khi $t \to \infty$.

Như vậy, nghiệm tổng quát của phương trình vi phân không thuần nhất (6) sẽ được xác định bởi một nghiệm riêng của nó. Ta tìm nghiệm riêng của (6) dưới dạng sau:

$$\vec{R}(\varepsilon,t) = \exp\Big\{-\int_0^t[\nu - (\omega_0 + \omega_1\cos\Omega t')\hat{h}]dt'\Big\}\vec{C}(\varepsilon,t). \quad (13)$$

Đặt (13) vào (6), ta tìm được:

$$\vec{C}(\varepsilon,t) = \Big\{\int_0^t e^{\nu t'}[\hat{h}^2 + 1 - \hat{h}^2\mathcal{R}e^{i(\omega_0 t'+\Delta\sin\Omega t')} + \hat{h}\mathcal{F}e^{i(\omega_0 t'+\Delta\sin\Omega t')}]dt'\Big\}\vec{Q}(\varepsilon). \quad (14)$$

Sử dụng công thức [8]:

$$\exp(i\Delta\sin\Omega t) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} J_\ell(\Delta)e^{i\ell\Omega t},$$

trong đó $J_\ell(x)$ là hàm Bessel biến thực. Khi đó từ (14) dễ dàng nhận được:

$$\vec{R}(\varepsilon,t) = \Big\{\frac{1}{\nu}(\hat{h}^2+1) - \hat{h}^2\sum_{\ell=-\infty}^{\infty}\frac{J_\ell(\Delta)}{\nu^2+(\omega_0+\ell\Omega)^2}\big[\nu\mathcal{R}e^{i(\ell\Omega t-\Delta\sin\Omega t)} +$$

$$+ (\omega_0+\ell\Omega)\mathcal{F}e^{i(\ell\Omega t-\Delta\sin\Omega t)}\big] + \hat{h}\sum_{\ell=-\infty}^{\infty}\frac{J_\ell(\Delta)}{\nu^2+(\omega_0+\ell\Omega)^2}$$

$$* \big[\nu\mathcal{F}e^{i(\ell\Omega t-\Delta\sin\Omega t)} - (\omega_0+\ell\Omega)\mathcal{R}e^{i(\ell\Omega t-\Delta\sin\Omega t)}\big]\Big\}\vec{Q}(\varepsilon). \quad (15)$$

Bây giờ chúng ta lấy trung bình theo thời gian như sau:

$$\overline{\vec{R}(t)} = \frac{1}{T}\int_0^T\vec{R}(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\vec{R}(x)dx,$$

ở đây T là chu kỳ dao động của thành phần biến đổi của từ trường (1); $x = \Omega t$. Tiếp tục sử dụng công thức [8], ta có:

$$\overline{e^{i(\ell\Omega t-\Delta\sin\Omega t)}} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}e^{i(\ell x-\Delta\sin x)}dx = J_\ell(\Delta),$$

và vì $\vec{Q}(\varepsilon)$ không phụ thuộc vào thời gian t, ta nhận được "mật độ dòng riêng" trung bình theo thời gian:

$$\overline{\vec{R}(\varepsilon,t)} = \nu\sum_{\ell=-\infty}^{\infty}\frac{J_\ell^2(\Delta)}{\nu^2+(\omega_0+\ell\Omega)^2}\Big\{\vec{Q}(\varepsilon) - \frac{(\omega_0+\ell\Omega)}{\nu}[\vec{h},\vec{Q}(\varepsilon)] + \frac{(\omega_0+\ell\Omega)^2}{\nu^2}\vec{h}(\vec{h},\vec{Q}(\varepsilon))\Big\}. \quad (16)$$

Mật độ dòng toàn phần được xác định bởi công thức:

$$\vec{j} = \int_0^\infty \overline{\vec{R}(\varepsilon, t)} d\varepsilon. \tag{17}$$

Đặt (16) vào (17) ta tính được:

$$\vec{j} = \frac{e^2 n_0}{m} \{a_1 \vec{E} + a_2[\vec{h}, \vec{E}] + a_3 \vec{h}(\vec{h}, \vec{E})\}, \tag{18}$$

trong đó n_0 là nồng độ điện tử trong mẫu, a_k $(k = 1, 2, 3)$ được xác định bởi công thức:

$$a_k = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} J_\ell^2(\Delta) \Big\langle \frac{\tau^k(\varepsilon)(\omega_0 + \ell\Omega)^{k-1}}{1 + [\omega_0 \tau(\varepsilon) + \ell\Omega\tau(\varepsilon)]^2} \Big\rangle, \tag{19}$$

$$\langle A(\varepsilon) \rangle = -\frac{(2m)^{3/2}}{3\pi^2 n_0} \int_0^\infty A(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \varepsilon^{3/2} d\varepsilon. \tag{20}$$

Từ công thức (18), nếu biểu diễn $j_i = \sigma_{ik} E_k$ thì dễ dàng nhận thấy biểu thức đối với tensor độ dẫn điện σ_{ik} trong từ trường biến đổi (1) có dạng như sau:

$$\sigma_{ik} = \frac{e^2 n_0}{m}(a_1 \delta_{ik} - a_2 \varepsilon_{ik\ell} h_\ell + a_3 h_i h_k \delta_{\ell k}), \tag{21}$$

trong đó δ_{ik} ký hiệu là delta-Kronecker, $\varepsilon_{ik\ell}$ - ma trận phản đối xứng đơn vị hạng 3.

Như vậy, chúng ta nhận được biểu thức (21) là công thức tổng quát (dạng giải tích) đối với tensor độ dẫn điện của khí điện tử (plasma hoặc bán dẫn) trong từ trường biến đổi trong trường hợp từ trường và điện trường được định hướng tùy ý. Đặc biệt, khi $\vec{H}(t)$ hướng vuông góc với $\vec{E}$ và song song với trục z, ta lại nhận được các kết quả đối với thành phần j_x và j_y của các công trình [3-6].

$$j_x = \frac{e^2 n_0}{m}(a_1 E_x - a_2 E_y),$$
$$j_y = \frac{e^2 n_0}{m}(a_2 E_x + a_1 E_y).$$

Nếu sử dụng công thức (21) và các điều kiện tương ứng của các hiện tượng động học thống kê (hiệu ứng Hall, điện trở từ v.v...) khi quan sát, ta có thể tính được biểu thức giải tích cho từng hiện tượng trong các cấu hình cụ thể ở trong từ trường biến đổi. Điều này sẽ được chúng tôi trình bày trong công trình tiếp theo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. V. L. Bonch- Bruevich and S. G. Kalashnikov. Physics of Semiconductors (in Russian). Moscow, "Nauka", 1977, 672 p.
2. A. I. Ansel'm. Introduction to Seminconductor Theory. Moscow, "Mir", 1981, 645 p.
3. V. N. Lugovoi. Sov. Phys. JETP, v. 14, N 5, p. 1113 (1962).

4. L. I. Kats. V. P. Terjova, D. Sh. Shechter, L. Sh. Shechter. Sov. J. Informations of High Education Colleges, Ser. Radiophysics, v. 15, N5, p. 675 (1972).
5. L. I. Kats, D. Sh. Shechter. Sov. J. Informations of High Education Colleges, Ser. Radiophysics, v. 17, N3, p. 405 (1974).
6. Yu. A Archipov, L. I. Kats, D. Sh. Shechter, L. Sh. Shechter. Sov. Informations of High Education Colleges, Ser. Radiophysics, v. 19, 2, p. 312 (1976).
7. Yu. M. Gal'perin, and V. D. Kogan.. Sov. J. Phys - Solid State, v. 16, 10, p. 1600 (1969).
8. I. S. Gradshteyn, and I. M. Ryzhi'k. Table of Integrals, Series, and Products (Corrected and Enlarged Edition). New York, Academic Press, 1980, 1160 p.

VNU,H Journal of science, Nat. sci. t.XI, n°1, 1995

ELECTRIC CONDUCTIVITY TENSOR OF SEMICONDUCTORS IN A VARIABLE MAGNETIC FIELD

Nguyen Quoc Anh, Nguyen Thi Tu Uyen
Faculty of Physics - Hanoi University

There are many papers dealing with electric conductivity tensor in a variable magnetic field.

$$\vec{H}(t) = \vec{H}_0 + \vec{H}_1 \cos \Omega t \tag{1}$$

but their authors have obtained the result only in the particular case, when the electric field $\vec{E}$ is perpendicular to the magnetic field $\vec{H}$.

In this work the authors have considered also this problem, but for solving the classic kinetic Boltzmann equation i a variable magnetic field (1) the authors of this work have proposed the "operator method". The electric conductivity tensor is calculated for an electron gas (plasma or semiconductor in the conduction band) when the electric and the variable magnetic fields are directed arbitrarily by the following formula:

$$\sigma_{ik} = \frac{e^2 n_0}{m}(a_1 \delta_{ik} - a_2 \varepsilon_{ik\ell} h_\ell + a_3 h_i h_k \delta_{\ell k}).$$

And in the particular case, when $\vec{H}(t)$ is perpendicular to $\vec{E}$ and parallel to axis z, the authors of this work have obtained the same results for the components j_x and j_y as other authors.