MỘT VÀI KẾT QUẢ LIÊN QUAN ĐẾN BÀI TOÁN THÀNH VIÊN TRONG LỚP PHỤ THUỘC HÀM

Lê Đức Minh

Đại học Khoa học tự nhiên - ĐHQGHN

hi đề cập đến lý thuyết cơ sở dữ liệu, lớp các phụ thuộc hàm (PTH) do E. F. Cold đề xuất ực nhiều tác giả quan tâm. Trong đó bài toán thành viên là một trong những vấn đề có ý quan trọng. Đối với lớp các PTH một số tính chất và mối liên quan giữa các dạng suy dẫn hau đã được đề cập và đáng lưu ý là sự tương đương giữa việc suy dẫn theo hệ tiên đề rong và suy dẫn theo quan hệ.

ục đích của bài viết là nghiên cứu một số vấn đề liên quan đến bài toán thành viên trong c PTH. Bằng việc xem xét các phụ thuộc logic cảm sinh bởi các PTH, bài viết chứng minh ơng đương của phép suy dẫn dựa vào hệ tiên đề Armstrong và phép suy dẫn theo giá trị ào thuật toán tìm bao đóng của tập thuộc tính. Trên cơ sở đó cũngđề cập đến ý tưởng cho ài đặt thuật toán để kiểm tra xem với một PTH f đã cho và với một tập PTH F, liệu rằng hể dẫn được từ tập F hay không. Việc kiểm tra được dựa vào việc tính trị của các phụ logic cảm sinh với tập F các PTH.

ho lược đồ quan hệ $\alpha = (U, F)$. Ta có thể xem $U = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$. Giả sử $B = \{0, 1\}$ $= (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ với $x_i \in B$ khi đó ta xác định $A_i(x) = x_i$. Các số 0 và 1 ở đây được hư là các trị logic tương ứng với các hằng logic đúng, sai khi đó một số mô tả sẽ là thuận uy ước rằng thay cho cách viết $X = \{B_1, B_2, \ldots, B_k\}$ ta viết $X = B_1B_2\ldots B_k$. Giả $= B_1B_2\ldots B_k$ là một tập con của U khi đó $\hat{}X(x)$ là ký hiệu ngắn gọn của công thức $\hat{}B_2(x)\hat{}\cdots\hat{}B_K(x)$. Rõ ràng $\hat{}X(x)$ nhận giá trị 0 khi và chỉ khi có một B_i nào đó sao cho $= 0$.

nghĩa 1. Cho một PTH $f : X \to Y$ với $X, Y \subseteq U$. Một phụ thuộc logic được cảm sinh ký hiệu là $\varphi(f)$, là một biểu thức được ký hiệu như sau: $\varphi(f) = \hat{}X \to \hat{}Y$ và nếu F là ập các PTH khi đó ta gọi $\varphi(F)$ là tập $\{\varphi(f) | f \in F\}$.

ới g là một biểu thức có dạng $\hat{}X \to \hat{}Y$ khi đó giá trị của $g(x)$ được xác định bằng giá trị hức $\hat{}X(x) \to \hat{}Y(x)$. Ký hiệu $T_f = \{x | \varphi(f)(x) = 1\}$ và $T_F = \{x | x \in T_f$ với mọi $f \in F\}$.

nghĩa 2. Với F là một tập các PTH và f là một PTH, nói rằng F là suy dẫn f theo hệ ề Armstrong và ký hiệu là $F \mid\!\underline{\;-A-\;} f$ nếu f có thể nhận được từ tập F sau một số hữu hạn dụng liên hệ tiên đề Armstrong.

nghĩa 3. Phụ thuộc hàm f gọi là được suy dẫn từ tập PTH F theo giá trị và ký hiệu là $\underline{\;-\;} f$ nếu mọi $x \in T_F$ thì cũng có $x \in T_f$.

đề 1. *Cho tập F các PTH, một PTH f, khi đó*

$$F \mid\!\underline{\;-A-\;} f \textit{ khi và chỉ khi } F \mid\!\underline{\;-V-\;} f.$$

Chứng minh. Giả sử $f = X \to Y$, đặt $g = \varphi(f) = \hat{}X \to \hat{}Y$.

a. Giả sử có $F \,|\underline{\,{}^{A}\,}\, f$ (1), cần chứng minh $F \,|\underline{\,{}^{V}\,}\, f$ (2).

Nhận thấy rằng: (1) $\Leftrightarrow Y \subseteq X^+$. Theo thuật toán tìm bao đóng X^+ khi đó tồn $X^{(0)} = X, X^{(1)}, \ldots, X^{(i)} = X^+$. Trong đó $X^{(k+1)} = X^{(k)} \cup Z^{(k)}$ với $k = 0, 1, \ldots, i$ và $Z^{(k)}$ với những điều kiện là các PTH:

$$X_J \to Y_J \in F,\ \ X_J \subseteq X^{(k)} \text{ và } Y_J \not\subseteq X^{(k)}\ (*).$$

(2) $\Leftrightarrow (\forall x \in T_F)$ thì $g(x) = 1$ với $gx) = \hat{}X(x) \to \hat{}Y(x)$. Xét hai trường hợp:

1. Nếu $(\hat{}X)(x) = 0$ khi đó hiển nhiên có $g(x) = 1$.

2. Nếu $(\hat{}X)(x) = 1$, trước hết ta chứng minh rằng

$$\hat{}X^{(0)}(x) = \hat{}X^{(1)}(x) = \cdots = \hat{}X^{(i)}(x) = 1.$$

Ta có $X^{(k+1)} = X^{(k)} \cup Z^{(k)}$ với $k = 0, 1, \ldots, i$ được xác định như ở điều kiện (*). Nhận x

Khi $(\hat{}X^{(k)})(x) = 1$ và $X_J \to Y_J$ thỏa mãn điều kiện (*) thì với mọi $x \in T_F$ ta c $(\hat{}X_j)(x) = 1$ và $(\hat{}X_j \to \hat{}Y_j)(x) = 1$. Vậy do $(\hat{}X_j)(x) = 1$ và $(\hat{}X_j)(x) \to \hat{}Y_j(x)) = 1$ $\hat{}Y_j(x) = 1$. Vì thế $(\hat{}Z^{(k)})(x) = 1$. Do $X^{(k+1)} = X^{(k)} \cup Z^{(k)}$ suy ra $(\hat{}X^{(k+1)})(x) =$ $X^{(k)}(x) = 1$ với mọi k, $1 \le k \le i$. Ta có $(\hat{}X^+)(x) = 1$. Từ đó suy ra rằng với bất kỳ Y thì $(\hat{}Y)(x) = 1$, suy ra $g(x) = 1$. Phần thứ nhất của định lý được chứng minh.

b. Giả sử có $F \,|\underline{\,{}^{V}\,}\, f$. Ta cần chứng minh $F \,|\underline{\,{}^{A}\,}\, f$.

Phản chứng: Giả sử ngược lại, nếu $f = X \to Y \notin F^+$. Khi đó ta sẽ chỉ ra rằng $x \in T_F$ sao cho $g(x) = 0$. Đặt $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ sao cho $x_i = 1$ nếu $x_i \in X^+$ và $x_i =$ trường hợp ngược lại.

Trước hết ta sẽ chỉ ra rằng x thỏa mãn các điều kiện sau: $(\hat{}X^+)(x) = 1$ và $(\hat{}Y)(x) =$ thứ nhất là hiển nhiên. Điều thứ hai là do $X \to Y \notin F^+$, suy ra $Y \not\subseteq X^+$ và do đó $(\hat{}Y)($ Do $(\hat{}X)(x) = 1$ và $(\hat{}Y)(x) = 0$ suy ra $g(x) = 0$.

Tiếp theo ta cần chỉ ra $x \in T_F$. Điều đó có nghĩa là với bất kỳ $f' \in F$, ta cần chứn $\varphi(f')(x) = 1$ là đủ. Giả sử f' là một PTH có dạng $Z \to W$. Đặt $g' = \varphi(f')$, khi đó nhậ rằng:

- Khi $Z \not\subseteq X^+$ thì $(\hat{}Z)(x) = 0$, do đó $g'(x) = 1$.

- Khi $X \subseteq X^+$ thì $(\hat{}Z)(x) = 1$. Do $W \subseteq Z^+ \subseteq X^+$ ta suy ra $(\hat{}W)(x) = 1$ vì $(\hat{}X^*)($ Vậy $g'(x) = 1$ tức là $\varphi(f')(x) = 1$. Do đó $x \in T_F$.

Mệnh đề đã được chứng minh xong.

Định nghĩa 4. Cho PTH $f = X \to Y$ và một quan hệ R trên U. Nói rằng quan hệ R PTH f và ký hiệu là $R(f)$ nếu với bất kỳ hai bộ $u, v \in R$ mà $u.X = v.X$ thì cũng có $u.Y$

Với tập F các PTH, nói rằng quan hệ R thỏa mãn tập PTH F và ký hiệu là $R(F)$ $R(f)$ đối với mỗi $f \in F$.

Nói rằng PTH f là suy dẫn được từ tập các PTH F theo quan hệ nếu với bất kỳ qua nào trên U mà $R(F)$ thì cũng có $R(f)$. Khi đó ta ký hiệu $F \,|\underline{\,{}^{R}\,}\, f$.

Từ mệnh đề trên và sự tương đương giữa phép suy dẫn theo hệ tiên đề Armstrong v suy dẫn theo quan hệ (trong [3]) ta suy ra định lý sau:

lý 1. *Cho tập các PTH F, một PTH f. Khi đó các điều sau là tương đương:*

) $F \mid\!\underline{-A-}\, f$.   2) $F \mid\!\underline{-R-}\, f$.   3) $F \mid\!\underline{-V-}\, f$.

nghĩa 5. Trên mỗi miền trị d_i $1 \le i \le n$ của thuộc tính A_i ta xác định ánh xạ bằng α_i u: Với bất kỳ a, $b \in d_i$ thì

$$\alpha_i(a, b) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } a = b \\ 0 & \text{ngược lại} \end{cases}$$

ho quan hệ R trên U, khi đó với u, $v \in R$ ta ký hiệu $\alpha(u, v)$ là bộ

$$\alpha(u, v) = (\alpha_1(u.A_1, v.A_1), \alpha_2(u.A_2, v.A_2), ..., \alpha_n(u.A_n, v.A_n))\,.$$

ệu

$$T_R = \{\alpha(u, v) | u, v \in R\}\,.$$

ịnh lý sau đây cũng cho ta một điều kiện cần và đủ để kiểm tra xem với một quan hệ R và ập PTH F trên tập thuộc tính U thì quan hệ R đó có thỏa mãn F hay không?

h lý 2. *Điều kiện cần và đủ để có $R(F)$ là $T_R \subseteq T_F$.*

ng minh:

a. Giả sử có $R(F)$, ta sẽ chỉ ra rằng $T_R \subseteq T_F$. Xét bất kỳ $x \in T_R$ khi đó có hai bộ u, $v \in R$ sao $x = \alpha(u, v)$. Ta cần chứng minh $x \in T_F$. Nhận thấy rằng (1) $\Leftrightarrow$ ($\forall g \in \varphi(F)$ thì $g(x) = 1$. Giả $= \hat{}X \to \hat{}Y = \varphi(f)$ với bất kỳ $f = X \to Y \in F$. Rõ ràng là: nếu $(\hat{}X)(x) = 0$ thì $g(x) = 1$. g trường hợp $(\hat{}X)(x) = 1$, thấy rằng với mọi $A \in X$ ta có $u.A = v.A$ vì $x = \alpha(u, v)$.

Từ đó suy ra $u.X = v.X$. Do $R(F)$ nên cũng có $R(f)$. Từ đó suy ra $u.Y = v.Y$.

Vậy $x(B) = 1$ với mọi $B \in Y$, tức là $(\hat{}Y)(x) = 1$. Khi đó $g(x) = 1$. Vì g là tùy ý và $\varphi(F)$, suy ra $x \in T_F$. Điều đó chứng tỏ rằng nếu có $R(F)$ thì cũng có $T_R \subseteq T_F$.

b. Giả sử có $T_R \subseteq T_F$ ta cần chứng minh $R(F)$ (2). Thật vậy, do (2) tương đương với việc ỏa f đối với mọi $f \in F$. Xét bất kỳ $f \in F$ và giả sử $f = X \to Y$. Xét hai bộ tùy ý u, $v \in R$ ho $u.X = v.X$. Ta cần chỉ ra $u.Y = v.Y$.

Đặt $x = \alpha(u, v)$, khi đó $x \in T_R$ và do đó $x \in T_F$. Đặt $g = \varphi(f) = \hat{}X \to \hat{}Y$. Do $x \in T_F$ $\in \varphi(F)$ suy ra $g(x) = 1$. Vì $u.X = v.X$ và $x = \alpha(u, v)$ suy ra $A(x) = 1$ với mọi $A \in X$. $(\hat{}X)(x) = 1$. Do $g(x) = 1$ suy ra $(\hat{}Y)(x) = 1$, tức là với mọi $B \in Y$ thì $u.B = v.B$. Vì thế $= v.Y$. Vậy ta chứng minh được $R(f)$. Do f là bất kỳ trong F, suy ra $R(F)$. Định lý được g minh xong.

Từ định lý 2 ta có hệ quả sau:

quả 1. *Giả sử F là một tập nào đó các phụ thuộc hàm và f là một phụ thuộc hàm trên cùng tập thuộc tính U. Khi đó $F \mid\!\underline{-R-}\, f$ khi và chỉ khi với mọi quan hệ R trên U nếu có $R(F)$ thì có $T_R \subseteq T_f$.*

Sau đây là ý tưởng cho việc cài đặt chương trình kiểm tra tính dẫn được của một PTH f từ tập F các PTH.

```
Function Test (X → Y, x): Boolean;
Actions
    For each A in X do
        If A(x) = 0 then return (True) endif;
      endfor;
    For each B in Y do
        If B(x) = 0 then return (False) endif;
      endfor;
    return (True);
End; {Test}
```

Ta có thể xem là các PTH trong F là có một thứ tự nào đó. Giả sử rằng $F = \{f_1, f_2,$ và có một hàm c sao cho với mỗi tập F các PTH ta tính được giá trị k, tức là $c(F) = k$.

```
Function Member (F, X → Y): Boolean;
var i, k: integer; b: Boolean;
Actions
    k := c(F);
    for each x in B^n do
      i := 1; b := True;
      while i <= k do
        if not (Test (f_i, x)) then
            i := k; b := False;
          endif;
        i := i + 1;
        endwhile;
      If b and not (Test (X → Y, x) then return (False) endif;
    endfor;
    return (True);
End; Member
```

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. C. Beeri, M. Dowd, R. Fagin, and R. Tatman. On the Structure of Armstrong relatio Functional Dependencies. J. ACM, **31**, 1 (Jan. 1984), 30-46.
2. D. Maier. The theory of Relational Databases. Computer Science Press, Rockville, Md.,
3. J. D. Ullman. Principles of Database System, Computer Science Press, Rockville, Md.,
4. P.X. Nôvikôp. Đại cương logic toán. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật Hà Nội, (Dịch từ nguyên bản tiếng Nga. Người dịch Nguyễn Hữu Ngự và Đặng Huy Ruận).

JOURNAL OF SCIENCE, Nat. Sci., t.XII, n°1, 1996

SOME RESULTS RELATED TO THE MEMBERSHIP PROBLEM IN THE CLASS OF FUNCTIONAL DEPENDENCIES

Le Duc Minh
College of Natural Sciences - VNU

The main purpose of the paper is to study some problems related to the membership problem in class of functional dependencies. In the paper a way of proving the equivalence of consequences Armstrong axiomas and by logical values on the basic of the algorithm for finding the closure set of attributes.

Such as, for a set F of functional dependencies and a functional dependency f then the three owings are equivalent: 1) F implies f by Armstrong axiomas, 2) F implies f by logical values, 3) F implies f by relations.

The paper give a necessary and sufficient condition for testing that whether a relation R sfies the set F of functional dependencies or not.

The paper also mentions some idea for implementing the algorithm to test deduction of a ctional dependency from the given set of functional dependencies.