VỀ PHÉP BIẾN ĐỔI WAVELET VÀ ỨNG DỤNG CỦA NÓ TRONG NÉN ẢNH

Lê Văn Bằng

Đại học Vinh

. Giới thiệu chung

Phép "*biến đổi wavelet*" hay còn gọi là "*giải tích wavelet*" là một trong những hương pháp mới nhằm giải quyết thiếu sót của biến đổi Fourier. Trong giải tích avelet việc sử dụng đầy đủ các cửa sổ có điều chỉnh tỷ lệ (scalable modulated indow) đã giải quyết được vấn đề chia tín hiệu thành các phần nhỏ. Trong phép iến đổi này cửa sổ được dịch chuyển dọc theo tín hiệu và mỗi vị trí thì phổ lại được ính. Sau đó quá trình này được lặp lại nhiều lần với cửa sổ ngắn hơn (hoặc dài hơn) một ít trên mỗi lần lặp. Kết quả cuối cùng chúng ta có tập hợp các thể hiện theo miền thời gian - tần số của tín hiệu với mọi độ phân giải theo thời gian và tần số khác nhau. Trong biến đổi wavelet chúng ta thường không nói biểu diễn theo miền hời gian - tần số mà chúng ta nói biểu diễn theo miền thời gian - tỷ lệ. Tỷ lệ (scale) ề là nghịch đảo của tần số, bởi lẽ từ tần số (frequency) đã được dành cho phép biến ổi Fourier. Sau đây tôi sẽ trình bày ngắn gọn về lý thuyết wavelet.

. Phép biến đổi Wavelet liên tục

2.1. Các định nghĩa

Phép biến đổi wavelet liên tục của f(t) được định nghĩa bằng công thức:

$$\gamma_{s,\tau} = \int_R f(t)\psi^*_{s,\tau}(t)dt \,, \tag{2.1}$$

rong đó ký hiệu * là biểu diễn số phức liên hợp. Phương trình này chỉ ra rằng hàm t) có thể phân tích được thành tập các hàm cơ sở $\psi_{s,\tau}(t)$ gọi là các wavelet. Các iến s và τ biểu diễn giá trị tỷ lệ và dịch chuyển, là các chiều của không gian mới au phép biến đổi wavelet. Như vậy khi tín hiệu f(t) là tín hiệu một chiều thì các hệ ố $\gamma_{s,\tau}$ là một tập hợp các phần tử của không gian hai chiều. Đó là các hàm phụ huộc vào t, và được gọi là các hệ số của biến đổi wavelet. Khi có các hệ số wavelet húng ta có thể khôi phục lại tín hiệu nhờ công thức sau:

$$f(t) = \sum_{\tau,k} \gamma_{s,\tau}\psi_{s,\tau}(t) \tag{2.2}$$

Các sóng con (wavelets) được sinh ra từ một hàm wavelet duy nhất $\psi(t)$, và được i là wavelet mẹ (*mother wavelet*) bằng phép thay đổi tỷ lệ và phép dịch chuyển.

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\left(\frac{t-\tau}{s}\right). \quad (2.3$$

Trong công thức (2.3) s là tỷ lệ co dãn còn τ là hệ số tịnh tiến, còn hệ số $s^{-1/2}$ dùng để chuẩn hoá năng lượng của sóng đối với tất cả các tỷ lệ co dãn khác nhau.

Khác với biến đổi Fourier cũng như các biến đổi khác là hàm wavelet m không phải chỉ ra cố định mà chỉ nêu ra những tính chất và đặc tính cơ bản củ wavelet mẹ. Điều này cho phép người sử dụng tự tạo ra cho mình những wavelet m mình mong muốn.

2.2. Các tính chất cơ bản của wavelet

Tính chất quan trọng nhất của wavelet là điều kiện chính tắc và điều kiệ được chấp nhận (regularity and admissibility). Điều kiện chấp nhận được là điề kiện được biểu diễn nhờ bất đẳng thức sau đây:

$$\int \frac{|\psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty. \quad (2.$$

Tính chất này dùng để khôi phục tín hiệu mà không bị mất thông tin. Từ điề kiện này ta suy ra:

$$|\psi(\omega)|^2_{\omega=0} = 0. \quad (2.5$$

Điều này chứng tỏ rằng wavelet cũng có giải băng tần giống như phổ. Chún ta sẽ sử dụng tính chất này cho phép biến đổi wavelet.

Tính chất bằng không khi tần số bằng không (2.5) có nghĩa là giá trị trun bình của wavelet trên miền thời gian phải bằng không.

$$\int \psi(t)dt = 0, \quad (2.6$$

và như vậy nó là một dao động. Nói cách khác đây là một dạng sóng.

Như chúng ta thấy ở công thức (2.2). Kết quả biến đổi wavelet của một hàı một chiều sẽ là hàm hai chiều, còn biến đổi wavelet hàm hai chiều sẽ là hàm bố chiều. Tích thời gian – độ rộng băng tần của một wavelet sẽ là bình phương của tí hiệu vào, và do đó trong phần lớn các ứng dụng thực tế đây là một tính chất hoà toàn không mong muốn. Do vậy cần phải đặt thêm các điều kiện bổ sung lên hàı wavelet để cho đầu ra của phép biến đổi wavelet giảm nhanh chóng khi hệ số tỷ l s giảm. Đây chính là ***điều kiện chính tắc***, nó làm cho hàm wavelet có một mú trơn nào đó và tập trung trên cả miền thời gian và tần số. Tính ***chính tắc*** là mộ tính chất rất phức tạp, vì thế tôi sẽ cố gắng giải thích nó bằng cách sử dụng khái niệm *moment triệt tiêu (vanishing moments).*

Nếu chúng ta khai triển phép biến đổi wavelet (2.2) thành chuỗi Taylor tại giá trị t=0 (cho τ=0 để cho đơn giản) chúng ta có

$$\gamma(s,0) = \frac{1}{\sqrt{s}}\left[\sum_{p=0}^{N} f^{(p)}(0)\int \frac{t^p}{p!}\psi\left(\frac{t}{s}\right)dt + 0(N+1)\right], \tag{2.7}$$

trong đó $f^{(p)}$ là đạo hàm bậc p của f và 0(N+1) là phần dư của khai triển. Nếu bây giờ ta định nghĩa *moment* của wavelet là M_p khi đó:

$$M_p = \int t^p \psi(t)dt. \tag{2.8}$$

Khi đó chúng ta có thể viết lại công thức (2.7) ở dạng

$$\gamma(s,0) = \frac{1}{\sqrt{s}}\left[f(0)M_0 s + \frac{f^{(1)}(0)}{1!}M_1 s^2 + \frac{f^{(2)}(0)}{2!}M_2 s^3 + \cdots\right]. \tag{2.9}$$

Từ điều kiện chấp nhận được ta suy ra moment thứ 0 $M_0 = 0$, do đó số hạng đầu tiên bên vế phải bằng không. Nếu bây giờ chúng ta buộc các moment bậc n M_n cũng bằng không thì $\gamma(s,0)$ cũng triệt tiêu nhanh chóng như s^N đối với một tín hiệu trơn f(t). Trong các tài liệu người ta gọi đây là các *moment triệt tiêu* hoặc là bậc xấp xỉ. Nếu một wavelet có *N moment triệt tiêu* thì bậc xấp xỉ của biến đổi wavelet đó cũng là N. Các *moment triệt tiêu* không bằng không mà chỉ là các giá trị đủ nhỏ. Các thí nghiệm đã chỉ ra rằng số các *moment triệt tiêu* phụ thuộc nhiều vào từng ứng dụng cụ thể.

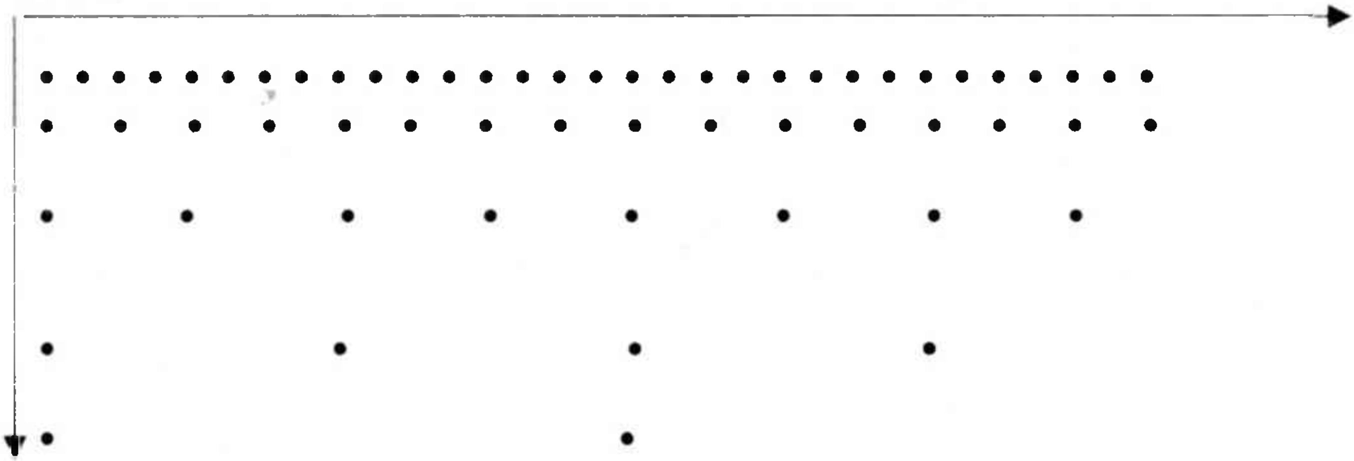
2.3. Phép biến đổi wavelet rời rạc

Các công thức biến đổi wavelet ở trên chưa thể áp dụng vào việc xử lý tín hiệu số trong thực tế, bởi vì đó là những hàm liên tục. Để có thể áp dụng được trong máy tính chúng ta phải rời rạc hoá chúng, và bỏ dần những thành phần dư thừa.

Như đã nói ở trên, phép biến đổi wavelet đưa tín hiệu một chiều thành hai chiều kết hợp, vì vậy có quá nhiều dư thừa trong tập các hệ số. Trong phép biến đổi wavelet liên tục các hệ số tỷ lệ và hệ số dịch chuyển đều là những giá trị liên tục. Để có phép biến đổi rời rạc ta cần rời rạc hoá hai biến này. Điều này có thể đạt được nhờ phép biến đổi:

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{s_0^j}}\psi\left(\frac{t - k\tau_0 s_0^j}{s_0^j}\right), \tag{2.10}$$

trong đó j, k là các số nguyên, còn $s_0 > 1$ là hệ số co dãn cố định và thông thường lấy $s_0 = 2$. Thừa số τ_0 phụ thuộc vào hệ số co dãn. Việc rời rạc hoá theo kiểu này khác hẳn với cách rời rạc hoá thông thường. Hiệu quả của nó không những cho phép lấy mẫu trong các khoảng thời gian rời rạc, mà các mẫu của trục tần số tương ứng với phương pháp lấy mẫu "gộp hai" (dyadic sampling). Đây là một cách chọn tự nhiên cho máy tính. Đối với hệ số dịch chuyển τ_0 thì ta chọn bằng 1. Như vậy chúng ta có sơ đồ lấy mẫu theo kiểu gộp hai của trục thời gian như sau. (sơ đồ được gọi là lưới điadic)



Hình 1. Sơ đồ lưới điadic

Với các hàm wavelet như trên thì công thức 2.1 bây giờ có dạng

$$\gamma_{j,k} = \int_R f(t)\psi^*_{j,k}(t)dt. \tag{2.11}$$

Ta thấy rằng khi j tăng thì giá trị dịch chuyển $k\tau_0 s_0^j$ tăng và do đó ta có các hệ số wavelet ít dần. Trong sơ đồ "điadic" ở trên ta có:

Khi j = 0 ta có 32 hệ số wavelet $\gamma_{0,k}$

Khi j = 1 ta có 16 hệ số $\gamma_{1,k}$

....

Khi j = 4 ta chỉ có 2 hệ số $\gamma_{4,k}$.

Một câu hỏi đặt ra là: với các giá trị hệ số như vậy thì có thể khôi phục lại được tín hiệu hay không? Người ta đã chứng minh được rằng (xem [5]) tín hiệu hoàn toàn được khôi phục nếu các hệ số wavelet thoả mãn bất đẳng thức kép sau đây:

$$A\|f\|^2 \le \sum_{j,k} \left| \langle f, \psi_{j,k} \rangle \right|^2 \le B\|f\|^2. \tag{2.12}$$

trong đó $\|f\|^2$ chính là năng lượng của tín hiệu f(t). A>0, B<∞ và A, B độc lập đối với f. Mỗi khi ta có bất đẳng thức (2.12) thì họ các hàm $\psi_{j,k}$ được gọi là một hệ thống với các biên là A và B. Nếu A = B thì ta gọi hệ thống đó là *hệ thống nghiêm ngặt*, và lúc này phép biến đổi wavelet giống như phép biến đổi trực giao. Khi A≠B thì việc khôi phục vẫn có thể được nhưng nhờ hệ thống đối ngẫu mở rộng. Bây giờ để dễ dàng khôi phục hơn thì ta đòi hỏi các hàm $\psi_{j,k}$ phải là hệ trực giao. Có nghĩa là:

$$\int \psi_{j,k}(t)\psi^*_{m,n}(t)dt = \begin{cases} 1 \text{ nếu } j = m \text{ và } k = n \\ 0 \text{ cho các giá trị còn lại} \end{cases} \quad (2.13)$$

Với các hàm wavelet thoả mãn (2.13) tín hiệu được khôi phục nhờ công thức:

$$f(t) = \sum_{j,k} \gamma_{j,k}\psi_{j,k}(t). \quad (2.14)$$

Như vậy nếu ta biết đầy đủ các hệ số $\gamma_{j,k}$ thì ta hoàn toàn có thể khôi phục lại được tín hiệu ban đầu.

3. Phép lọc thông giải và hàm tỷ lệ (Scaling function)

Ta thấy rằng tập hợp tất cả các hàm dạng $\psi_{j,k}(t)$ lập thành một hệ cơ sở trực giao của không gian $L^2(R)$. Biến đổi wavelet theo công thức (2.14) chính là khai triển hàm f(t) qua hệ này, và ta có vô hạn các hệ số. Vì ta đã rời rạc hoá miền thời gian nên chỉ số j (giá trị tỷ lệ) phải bắt đầu từ một, nghĩa là:

$$f(t) = \sum_{j>1,k} \gamma_{j,k}\psi_{j,k}(t).$$

Do tín hiệu số ta biến đổi chỉ có hữu hạn điểm nên phép dịch chuyển cũng chỉ có nghĩa khi k thuộc một khoảng giá trị nào đó (vì nếu dịch tiếp thì hết tín hiệu, hay có thể coi tín hiệu bằng 0). Vì thế việc biểu diễn k trong máy có thể thực hiện được. Còn với j thì cận trên là bao nhiêu? Nếu ta áp dụng phép biến đổi Fourier cho cả hai vế công thức 2.14 ta thu được:

$$\hat{f}(\omega) = \sum_{j>1,k} \gamma_{j,k}\hat{\psi}_{j,k}(\omega). \quad (3.1)$$

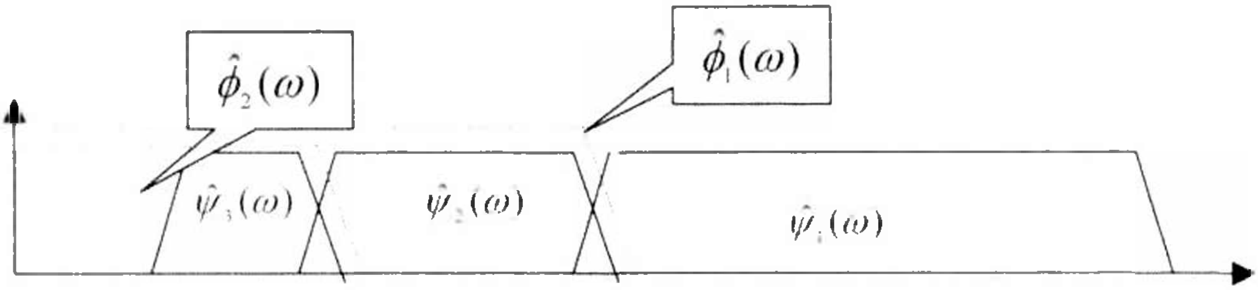
trong đó ký hiệu $\hat{f}$ chỉ kết quả của phép biến đổi Fourier. Vì k chỉ là hệ số dịch chuyển nên không ảnh hưởng đến hình dạng của $\hat{\psi}$ vì thế để cho đơn giản ta cho k=0, và ta xét các hàm $\hat{\psi}_{j,0}$. Theo tính chất của phép biến đổi Fourier nếu

$$\int_R f(x)e^{-i\omega x}dx = \hat{f}(\omega) \text{ thì } \hat{f}(ax) = \frac{1}{|a|}\hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right).$$

Nhưng $\psi_{j,0}(x) = 2^{-j/2}\psi(2^{-j}x)$ nên nếu ta ký hiệu $\hat{\psi}_{0,0}(\omega)$ là biến đổi Fuorier của $\psi(x)$ thì

$$\hat{\psi}_{j,0}(\omega) = \frac{1}{2^j}\hat{\psi}\left(2^j\omega\right). \tag{3.2}$$

Từ công thức (3.1) và (3.2) ta suy ra rằng phổ của f bằng tổng các phổ có độ rộng giảm dần theo cơ số 2.



Hình 2.

Từ hình 2 ta thấy rằng phép biến đổi wavelet chính là một bộ lọc thông giải. Để lấy hết tần số của tín hiệu thì ta phải lấy vô hạn các hệ số. Để không phải lấy vô hạn hệ số người ta đưa vào hàm $\phi_i(t)$ có tính chất là: Biểu diện tần số của nó lấp dầy phần còn lại khi ta lấy đến i hệ số wavelet. Biểu diễn tần số của $\phi_i(t)$ được minh hoạ trong hình 2 bởi đường "..." Nó giống như cái nút để nút lại lỗ hổng tần số do phép biến đổi wavelet để lại. Hàm này được sinh ra từ một hàm duy nhất $\phi(t)$ nhờ phép co dãn và tịnh tiến

$$\phi_{j,k}(x) = 2^{-j/2}\phi(2^{-j}x - k). \tag{5.15}$$

Các hàm $\phi_{j,k}(t)$ được gọi là các hàm tỷ lệ (scaling function). Như vậy phần tín hiệu được biểu diễn qua hàm tỷ lệ $\phi_{j,k}(t)$ là phần tín hiệu có tần số thấp, còn phần được biểu diễn qua các hàm wavelet là phần có tần số cao. Để khai triển được dễ dàng chúng ta xét tính chất sau:

Định lý: Gọi V_n *và* W_n *là các không gian sinh ra bởi các hàm* $\phi_{n,k}$ *và* $\psi_{n,k}$ *khi cố định* n. *Khi đó:*

$$V_n \oplus W_n = V_{n-1} \tag{3.16}$$

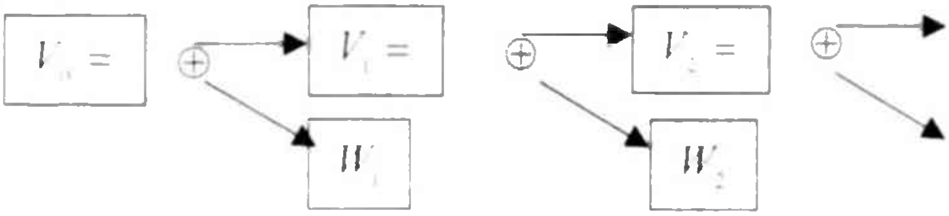
Trong đó $\oplus$ *ký hiệu tích trực tiếp của hai không gian.*

Phần chứng minh có thể tham khảo trong [5].

4. Giải thuật nén ảnh dựa vào phép biến đổi wavelet

Phân tích một tín hiệu số

Từ kết quả của định lý trên ta có sơ đồ sau đây (Hình 3):



Hình 3. Minh hoạ cấu trúc của các không gian .

Vì ảnh được biểu diễn bằng một mảng hai chiều, nên để biến đổi ảnh ta cần biết cách biến đổi tín hiệu một chiều. Ta cần lưu ý một rằng bây giờ ta đang sử dụng wavelet vào mục đích nén tín hiệu chứ không phải khảo sát tín hiệu. Vì thế cách phân tích tín hiệu đầu vào của chúng ta cũng mang ý nghĩa đó. Nghĩa là ta đang tìm cách lưu dãy tín hiệu số sao cho nó có dung lượng rất nhỏ, mặc dù khi khôi phục nó có mất một ít thông tin có thể chấp nhận được. Giả sử cho tín hiệu số $\{c_n\}$, lúc này ta không biểu diễn hàm c_n qua các hàm wavelet mà ta tạo một hàm mới trong không gian V_0 tương ứng với hàm này đó là hàm:

$$f(x) = c_n^0 \phi(x - n), \tag{4.1}$$

trong đó $c_n^0 = c_n$. Khi đó $f(x) \in V_0$ và bây giờ ta phân tích hàm f(x) nhờ hệ thống hàm wavelet và hàm tỷ lệ. Ta có: $f(x) = P_1 f + Q_1 f$ trong đó $P_1 f \in V_1$ và $Q_1 f \in W_1$. Nhưng V_1 có hệ cơ sở là $\phi_{1,n}$ nên ta có thể đặt

$$P_1 f = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k^1 \phi_{1,k} \tag{4.2}$$

khi đó

$$c_k^1 = \langle P_1 f_1, \phi_{1k} \rangle = \langle \phi_{1k}, P_1 f \rangle = \langle \phi_{1k}, f \rangle = \sum_l c_l^0 \langle \phi_{1,k}, \phi_{0,l} \rangle = \sum_l c_l^0 h_{l-2k} \tag{4.3}$$

(xem Định lý 1.2 [6]) và đặt $Q_1f = \sum d^1_k \psi_{1,k}$ thì

$$d^1_k = \langle \psi_{1,k}, Q_1 f\rangle = \langle \psi_{1,k}, f\rangle = \sum_i c^0_i \langle \psi_{1,k}, \phi_{0,i}\rangle = \sum c^0_i g_{i-2k} \qquad (4.4)$$

Vì các hệ số h_i, g_i đã cho nên ta tính được các hệ số c^1_k, d^1_k. Rõ ràng ta không cần quan tâm đến hình dạng của hàm tỷ lệ và hàm wavelet mà ta chỉ cần các hệ số biểu diễn phép biến đổi hệ toạ độ. Vì vậy khi cho một wavelet cụ thể người ta chỉ cho các hệ số h_i, g_i. Việc tính các hệ số theo công thức (4.3) và (4.4) thực chất là phép nhân chập các hệ số wavelet với tín hiệu số. Ta cần hiểu rằng số các hệ số h_i, g_i là vô hạn, nhưng nó chỉ khác không với những giá trị khi cho wavelet. Ví dụ: Harr wavelet được cho bởi các hệ số:

$$h_0 = \frac{1}{\sqrt{2}},\ h_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ và } g_0 = \frac{1}{\sqrt{2}},\ g_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Ta để nguyên Q_1f và phân tích tiếp P_1f

$$P_1f = P_2f + Q_2f.$$

Với $$P_2f \in V_2 \text{ và } Q_2f \in W_2.$$

Vì các vectơ cơ sở của V_2 và W_2 khi biểu diễn qua V_1 cũng có cùng công thức như V_1 và W_1 qua V_0 nên nếu ta đặt

$$P_1f = \sum c^2_i \phi_{2,i} \quad \text{và} \quad Q_2f = \sum d^2_k \psi_{2,k}$$

thì $c^2_k = \sum_i c^1_i h_{i-2k}$ và $d^2_k = \sum_i c^1_i g_{i-2k}$. Và cứ tiếp tục như vậy ta có

$$f(x) = Q_1f + Q_2f + \ldots + Q_nf + P_nf.$$

Ta để ý rằng số các hệ số c^j_k, d^j_k giảm đi một nửa khi j tăng thêm một. Vì thế ta có thể lưu các hệ số thu được vào mảng $\{c_n\}$ ban đầu như sau: (ta giả sử có tám hệ số)

Cho mảng $\{c_n\}$

c^0_0	c^1_0	c^0_2	c^0_3	c^0_4	c^0_5	c^0_6	c^0_7

ta tính c^1_i và lưu vào 4 ô đầu còn d^1_i và lưu vào 4 ô sau.

c^1_0	c^1_1	c^1_2	c^1_3	d^1_0	d^1_1	d^1_2	d^1_3

Tiếp tục tính c_1^2 và lưu vào 2 ô đầu còn d_1^2 lưu vào 2 ô tiếp theo, d_1^1 để nguyên.

c_0^2	c_1^2	d_0^2	d_1^2	d_0^1	d_1^1	d_2^1	d_3^1

Tiếp tục ta có kết quả cuối cùng

c_0^3	d_0^3	d_0^2	d_1^2	d_0^1	d_1^1	d_2^1	d_3^1

Ta thấy rằng để tính hệ số tiếp theo thì ta dịch đi hai vị trí của tín hiệu và lại nhân chập.

Khôi phục tín hiệu

Việc khôi phục tín hiệu $\{c_n\}$ ta đi ngược lại với phép biến đổi. Bây giờ ta khôi phục lại hàm f(x). Và hệ số của nó khi khai triển theo cơ sở của không gian V_0 chính là tín hiệu $\{c_n\}$ ban đầu. Thật vậy ta đã biết công thức:

$$P_{M-1}f = P_M f + Q_M f$$

$$\sum c_i^{M-1}\phi_{M-1,i} = c_0^M\phi_{M,0} + d_0^M\psi_{M,0}$$

ta tính được c_i^{M-1} sau đó sử dụng d_i^{M-1} để tính được c_i^{M-2} ...

Trong ví dụ trên việc khôi phục chỉ là giải các hệ phương trình tuyến tính hai ẩn số.

Nén ảnh sử dụng phép biến đổi wavelet

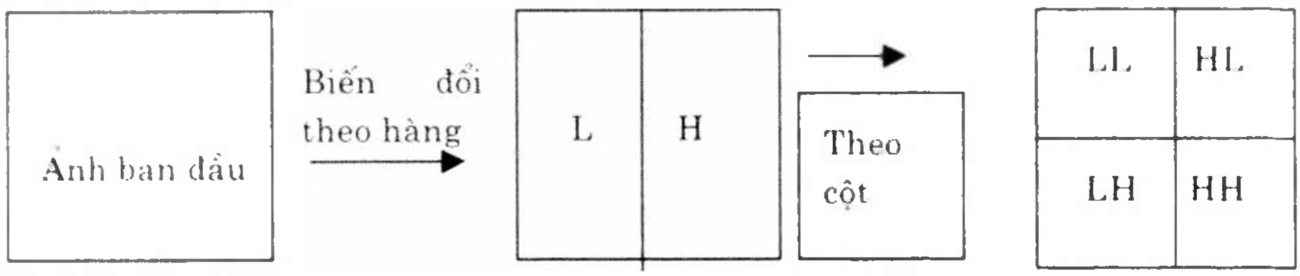
Cũng như tất cả các phép nén ảnh sử dụng phép biến đổi khác. Nén ảnh sử dụng wavelet được chia thành các công đoạn chính sau đây:

- Biến đổi ảnh sử dụng wavelet để có bảng các hệ số
- Mã hoá bảng hệ số thu được

Ta sẽ lần lượt xét từng công đoạn một

Biến đổi ảnh sử dụng wavelet

Ta giả thiết ảnh được cho bởi một ma trận số hai chiều, có kích thước bằng nhau và là luỹ thừa của hai. Để áp dụng biến đổi wavelet vào ảnh thì ta lần lượt áp dụng cho từng hàng, sau đó áp dụng cho từng cột hình dưới



Hình 4.

Sau khi áp dụng phép biến đổi (một lần) thì các hàng sẽ chia thành hai nửa: phần đầu có tần số thấp ta gọi là L (Low), phần sau có tần số cao ta gọi là H (Height) (xem Hình 4). Tiếp theo khi ta biến đổi cột, thì các cột lại được chia thành hai phần, nửa trên là tần số thấp, nửa dưới là tần số cao. Kết quả sau một lượt mảng được chia thành bốn phần.

Tiếp tục ta áp dụng phép biến đổi như trên cho phần LL còn các phần khác để nguyên, cho đến khi phần LL chỉ còn một điểm. Và kết quả ta thu được là một ma trận số thực

Mã hoá bảng hệ số sau biến đổi

Sau phép biến đổi wavelet ta có bảng hệ số cũng có kích thước như kích thước ảnh, nhưng với các số thực chứ không phải các số nguyên tám bit. Như vậy nếu ta không mã hoá bảng hệ số này thì dung lượng của ảnh sẽ tăng lên bốn lần và việc làm của ta không những vô ích mà còn có hại. Việc mã hoá bảng hệ số này là một công việc phức tạp, về mặt thực hiện nó còn phức tạp hơn chính phép biến đổi wavelet rất nhiều. Do vậy có nhiều thuật toán được đưa ra trong đó có hai thuật toán nổi tiếng nhất là thuật toán EZW (Embedded Zerotrree Wavelet encoder) và thuật toán SPIHT (Set Partitioning In Hierarchical Tree). Tôi đã đưa thuật toán EZW vào máy và cho chạy. Kết quả ta có hệ số nén gần tương đương với ảnh JPEG khi dùng tỷ số nén cao. Mã hoá EZW [2] dựa trên cơ sở *mã hoá tiến bộ (progressive coding)*, nó biến ảnh thành một dãy các bit với độ chính xác tăng dần. Điều này có nghĩa là khi thêm một bit vào dãy bit thì chất lượng của ảnh phục hồi sẽ tăng thêm, nó cũng tương tự như khi ta biểu diễn số π, cứ thêm một chữ số sau phần thập phân thì độ chính xác càng cao

5. Kết quả thực nghiệm và nhận xét

Nén ảnh sử dụng phép biến đổi wavelet là một lĩnh vực mới lại đa dạng. Chất lượng ảnh và độ nén phụ thuộc rất nhiều vào cách chọn wavelet. Có rất nhiều loại wavelet khác nhau, và trong một kiểu wavelet thì cũng có nhiều loại khác nhau. Vì vậy với hiểu biết hiện thời rất khó đánh giá mức độ hơn thua giữa wavelet và phép biến đổi cosin. Tuy vậy dựa vào cấu trúc của bảng hệ số cũng như phần mềm nén ảnh sử sụng wavelet đã hoàn thành, tôi có một số nhận xét sau đây:

1) Vì phép nén ảnh sử dụng wavelet có tính toàn cục, nên nó phù hợp với các ảnh có độ phân vùng ít. Đối với ảnh có độ phân vùng cao (ảnh phức tạp) thì phép nén này không hiệu quả mấy.

2) Khi ta áp dụng phép biến đổi wavelet lên một ảnh thì ta biến đổi hàng, sau đó biến đổi cột do vậy các đường biên đứng hoặc biên ngang sẽ có phần tần số cao nhỏ, nhưng các biên nằm xiết góc thì có các hệ số ở tần số cao lớn. Vì vậy các đường biên xiết góc sau khi phục hồi sẽ sai khác nhiều so với biên ban đầu.

3) Vì có rất nhiều loại wavelet nên tôi chưa thể nói được wavelet hiệu quả hơn hay nén theo chuẩn JPEG hiệu quả hơn. Tôi chỉ muốn đưa ra một vài kết quả thực nghiệm để bạn đọc tự nhận xét hiệu quả của hai phép nén ảnh.

Nén sử dụng wavelet độ nén 20:1

Nén JPEG độ nén 18:1

Tài liệu tham khảo

1. C. Valens, *A Really Friendly Guide to Wavelets*, http://perso.wanadoo.fr/polyvalens/clemens/wavelets/wavelets.html
2. C. Valens, EZW encoding, http://perso.wanadoo.fr/polyvalens/clemens/ezw/ezw.html
3. Subhasis Saha, *Image Compression - from DCT to Wavelets: A Review*, http://www.acm.org/crossroad/sahaimgcoding.html
4. Kristian Sandberg, *The Harr wavelet transform*, http://amath.colorado.edu/appm/courses/Labs/Haar/Haar.html
5. T. H. Koornwinder, *Wavelets - An elementary treatment of theory and application*, Worlf Scientific 1995.
6. Daubechies, *Ten lectures on wavelet*, Philadelphia: SIAM, 1992.
7. W. Knoex Carey, Sheila S. Hemani, Peter N. Heller, Smoothness – Constrained quantization for wavelet image compression, *IEEE transactions on image processing*, Vol. 8, No.12, December 1999.

8. Robert W. Buccigrossi, Eero P. Simoncelli, Image compression via joint stastical charaterization in the wavelet domain, *IEEE transactions on image processing*, Vol. 8, No. **12**, December 1999.

9. Wavelet and applications, *Proceeding of international conference, Marseille, France*, May 1989, Y. Meyer Editor.

VNU. JOURNAL OF SCIENCE, Nat., Sci., & Tech., T.XIX, N₀3, 2003

WAVELET TRANSFORM AND IT'S APPLICATION ON IMAGE COMPRESSION

Le Van Bang

University of Vinh

We are already familiar with Fourier transform and it's application on digital signal processing. The main shortcoming of Fourier transform is that, the Fourier transform only give frequency resolution but do not give time resolution. This means that we can know all the frequencies in signal but can not know which point of time the frequency appears at? To overcome this problem in the past decades several solutions have been developed which are more or less able to present a signal in the time and frequency domain at the same time. One of these solutions is "Short time Fourier transform". The idea of this method is to cut the signal of interest into several parts and then analyze the parts separately. It clear that analyzing signal this way will give more information about the when and where of different frequency components, but it leads to a fundamental problem as well: how to cut the signal?

The wavelet transform or wavelet analysis is probably the most recent resolution to overcome the shortcoming of the Fourier transform therefore it has good application on image compression. In this paper I want to introduce briefly the wavelet transform at the same time it's application on image compression.