

# HIỆN TƯỢNG LƯỢNG ỔN ĐỊNH QUANG HỌC TRONG CÁC LSA\* VỚI BUỒNG CỘNG HƯỞNG FABRY – PEROT

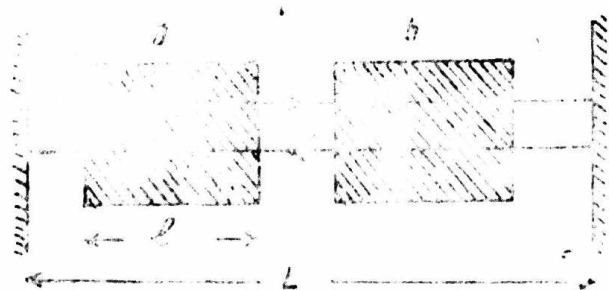
ĐINH VĂN HOANG – VŨ TUẤN LÂM

## 1. Mở đầu

Hiện tượng lượng ổn định quang học đang được sự lưu ý nghiên cứu ở nhiều nước trên cả hai phương diện lý thuyết và thực nghiệm. Hướng nghiên cứu lý thuyết chủ yếu trong lĩnh vực này là xử lý chung thuyết bán cổ điển Lamb hay xử dụng phương pháp gần đúng của hệ phương trình tốc độ.

Saloma—Stenholm [1] đã xây dựng lý thuyết bán cổ điển để khảo sát hiện tượng lượng ổn định ở những laser có mở rộng không đồng nhất là nổi bật. Còn R. Muller [2] đã sử dụng gần đúng phương trình tốc độ để tìm hiểu các đặc trưng cơ bản của hiện tượng nói trên trong các laser dạng vòng cũng như Fabry-perot và chú ý đến các chế độ hoạt động đơn mode và đa mode trong laser. Tuy nhiên Muller vẫn chỉ dừng ở các laser có mở rộng đồng nhất là nổi bật. Trong một số bài báo gần đây [3], trên cơ sở phương trình tốc độ, chúng tôi đã khảo sát đặc trưng của hiện tượng lượng ổn định quang học với laser có mở rộng không đồng nhất là nổi bật dưới dạng các laser vòng (Ring laser). Trong công trình này, chúng tôi chú ý đến các laser có buồng cộng hưởng Fabry—Perot để cơ thể trên cơ sở các kết quả thu được đánh giá vai trò của hiệu ứng tạo hố (Hole burning effect) cũng như của một số tham số vật lý khác trong sự xuất hiện hiện tượng lượng ổn định quang học ở các laser nói chung. Bài báo này chủ yếu trình bày các hệ phương trình cơ bản và các kết quả trong sự hoạt động đơn mode của laser.

## 2. Hệ phương trình cơ bản:



Hình 1—sơ đồ hoạt động của LSA với buồng cộng hưởng Fabry-perot

vạch nguyên tử, mỗi mode với tần số  $\omega_j$  liên kết với các nhóm nguyên tử có cùng độ mở rộng đồng nhất  $\Gamma$  nhưng khác nhau tần số  $\omega_p$ . Hệ số tích

Chúng ta giả thiết rằng laser hoạt động theo sơ đồ trên hình 1, ở đây môi trường khuếch đại (kí hiệu là a) và môi trường hấp thụ (kí hiệu là b) đặt trong buồng cộng hưởng Fabry perot. Chiều dài buồng cộng hưởng là L, chiều dài ngắn khuếch đại và hấp thụ là l. Số Tolôn và hệ số mất mát trong buồng cộng hưởng của mode thứ j là  $n_j$  và  $\gamma_j$ . Trong mở rộng

LSA\* — Kí hiệu viết tắt của laser chứa vật liệu hấp thụ bão hòa (laser with saturable absorbers)

thoát của các mức trên trong các ngăn khuếch đại và hấp thụ là  $\gamma_a$  và  $\gamma_b$  chúng liên hệ với nhau bởi biểu thức  $\gamma_a \equiv \gamma_b$ .

Hệ phương trình tốc độ mô tả sự thay đổi số fô-tôn  $n_j$  và nghịch đảo độ tinh lữ trong các ngăn khuếch đại  $N_a$  và ngăn hấp thụ  $N_b$  là

$$\frac{dn_j}{dt} = -\chi_j n_j + B \sum_{\mu} \frac{\Gamma^2 (n_j + 1)}{\Gamma^2 + 4(\omega_{\mu} - \Omega_j)^2} \left\{ \int_{z-1/2}^{z+1/2} N_{\mu a} \sin^2 \left( \frac{\pi}{L} m_j z \right) dz - \int_{z-1/2}^{z+1/2} N_{\mu b} \sin^2 \left( \frac{\pi}{L} m_j z \right) dz \right\} \quad (1)$$

$$\frac{dN_{\mu a}}{dt} = \frac{R_{\mu a}}{l} - N_{\mu a} \left\{ B \sum_j \frac{\Gamma^2 n_j \sin^2 \left( \frac{\pi}{L} m_j z \right)}{\Gamma^2 + 4(\omega_{\mu} - \Omega_j)^2} + \gamma_a \right\} \quad (2)$$

$$\frac{dN_{\mu b}}{dt} = \frac{R_{\mu b}}{l} - N_{\mu b} \left\{ B \sum_j \frac{\Gamma^2 n_j \sin^2 \left( \frac{\pi}{L} m_j z \right)}{\Gamma^2 + 4(\omega_{\mu} - \Omega_j)^2} + \gamma_b \right\} \quad (3)$$

ở đây  $B$  — hệ số Einstein;  $m_j$  số nguyên thỏa mãn điều kiện cộng hưởng của mode thứ  $j$ ;  $R_{\mu a}$  và  $R_{\mu b}$  là năng lượng bơm của ngăn khuếch đại và hấp thụ. Hàm  $\sin^2 \left( \frac{\pi}{L} m_j z \right)$  đặc trưng cho sự phụ thuộc cường độ mode thứ  $j$  vào vị trí không gian theo trục  $z$ —trục buồng cộng hưởng.

### 3. Hoạt động đơn mode:

Trong hoạt động đơn mode ta bỏ dấu  $\sum_j$  ở (2) và (3). Coi năng lượng bơm là đều theo tất cả các mode và hệ số mất mát đối với các mode là như nhau  $\chi_j = \chi$ . Sau khi khai triển hàm  $\sin^2 \left( \frac{\pi}{L} m_j z \right) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \left( 2 \frac{\pi}{L} m_j z \right) \right]$  ta nhận thấy rằng  $N_{\mu a}$  là hàm biến thiên nhanh so với hàm  $\cos \left( 2 \frac{\pi}{L} m_j z \right)$  nên có thể biến đổi

$$\int_{z-1/2}^{z+1/2} N_{\mu a} \cos \left( 2 \frac{\pi}{L} m_j z \right) dz \approx \frac{1}{l} \int_{z-1/2}^{z+1/2} \cos \left( 2 \frac{\pi}{L} m_j z \right) dz \times \int_{z-1/2}^{z+1/2} N_{\mu a} dz \quad (4)$$

Thay (1) vào (1) (2) và (3). Xét bài toán ở trạng thái dừng  $\left( \frac{dn_j}{dt} = 0; \frac{dN_{\mu a}}{dt} = 0; \frac{dN_{\mu b}}{dt} = 0 \right)$ , sau khi đặt  $Q_j = n_j \frac{B}{\chi}$

từ (1) (2) và (3) ta có

$$Q_j = \left( Q_j + \frac{B}{\chi} \right) \sum_{\mu} \frac{1}{2} \cdot \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4(\omega_{\mu} - \Omega_j)^2} \left\{ h_a \sigma_a \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{\Gamma^2 Q_j b_a}{\Gamma^2 + 4(\omega_{\mu} - \Omega_j)^2} + 1 \right]^{-1} \right.$$

$$- \kappa_b \sigma_b \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{\Gamma^2 Q_j h_b}{\Gamma^2 + 4(\omega_p - \Omega_j)^2} + \frac{\varepsilon}{2} \right]^{-1/2} = 0 \quad (5)$$

Ở đây:

$$h_{a,b} = 1 - \frac{1}{l} \int_{z_{a,b}-1/2}^{z_{a,b}+1/2} \cos \left( 2 \frac{\pi}{l} m_j z \right) dz; \sigma_a = \frac{BR_{\mu a}}{\chi \gamma}; \sigma_b = \frac{BR_{\mu b}}{\chi \gamma}; \gamma_a = \gamma$$

Để tính tổng  $\sum_{\mu}$  ta sử dụng công thức chuyển tổng sang tích phân sau

$$\sum_{\mu} f(\omega_{\mu}) \rightarrow \frac{2}{\pi \varepsilon} \int_0^{\infty} f(\omega) d\omega \quad (6) \quad \varepsilon = \text{Độ mở rộng không đồng nhất}$$

Lúc đó phương trình (5) còn lại là (kí hiệu  $\alpha = 1/\varepsilon$ )

$$Q_j - \left( Q_j + \frac{B}{\gamma} \right) \left[ \frac{\Gamma \sigma_a h_a}{2\sqrt{2} \varepsilon (h_a Q_j + 2)^{1/2}} - \frac{\Gamma \alpha \sigma_b h_b}{2\sqrt{2} \varepsilon (h_b \alpha Q_j + 2)^{1/2}} \right] = 0 \quad (7)$$

Đây là phương trình cơ bản cho phép xác định đặc trưng cường độ mode  $Q_j$  ở trạng thái dừng.

### 3.1. Xác định $Q_j$ :

Xét bài toán ở gần ngưỡng phát, tức là ta coi như  $Q_j \ll 1$  ta có thể khai triển gần đúng hàm căn trong (7), lúc đó phương trình (7) trở thành

$$\alpha h_a h_b Q_j^3 + [4(h_a + \alpha h_b) - m \alpha h_a h_b (\sigma_a - \sigma_b)] Q_j^2 + [16 - 4m(\sigma_a h_a - \alpha \sigma_b h_b) - \alpha m \frac{B}{\gamma} h_a h_b (\sigma_a - \sigma_b)] Q_j - 4m \frac{B}{\gamma} h_a \sigma_a - \alpha h_b \sigma_b = 0 \quad (8)$$

ở đây  $m = \frac{\Gamma}{\varepsilon}$

— Khi không kể đến bức xạ tự động, ta có thể bỏ qua số hạng chứa  $\frac{B}{\gamma}$  trong (8), lúc đó phương trình (8) có các nghiệm sau: hoặc  $Q_{j1} = 0$ .

$$\text{hoặc } Q_{j2,3} = \frac{1}{2\alpha h_a h_b} \left\{ m \alpha h_a h_b (\sigma_a - \sigma_b) - 4(h_a + \alpha h_b) \pm \left[ [4(h_a + \alpha h_b) - m \alpha h_a h_b (\sigma_a - \sigma_b)]^2 - 16\alpha h_a h_b [4 - m(h_a \sigma_a - \alpha h_b \sigma_b)] \right]^{1/2} \right\} \quad (9)$$

Khi  $\alpha = 1$  và  $h_a = h_b = h$  thì  $Q_{j2,3}$  chỉ còn lại một nghiệm là:

$$Q_j = \frac{1}{h} \left[ m h (\sigma_a - \sigma_b) - 4 \right] \quad (10)$$

Rõ ràng theo (10), khi tăng  $\sigma_a$  thì  $Q_j$  tăng theo một cách đều đặn ta không thể được trạng thái lưỡng ổn định, Kết luận này hoàn toàn tương tự như ở [3].

— Khi kể đến bức xạ tự động: ta thấy rằng với laser khi thì  $\frac{B}{\gamma} \sim 10^{-11}$  là vô cùng nhỏ nên có thể giải (8) theo phương pháp nhiễu loạn, coi nghiệm  $Q_j$  cần

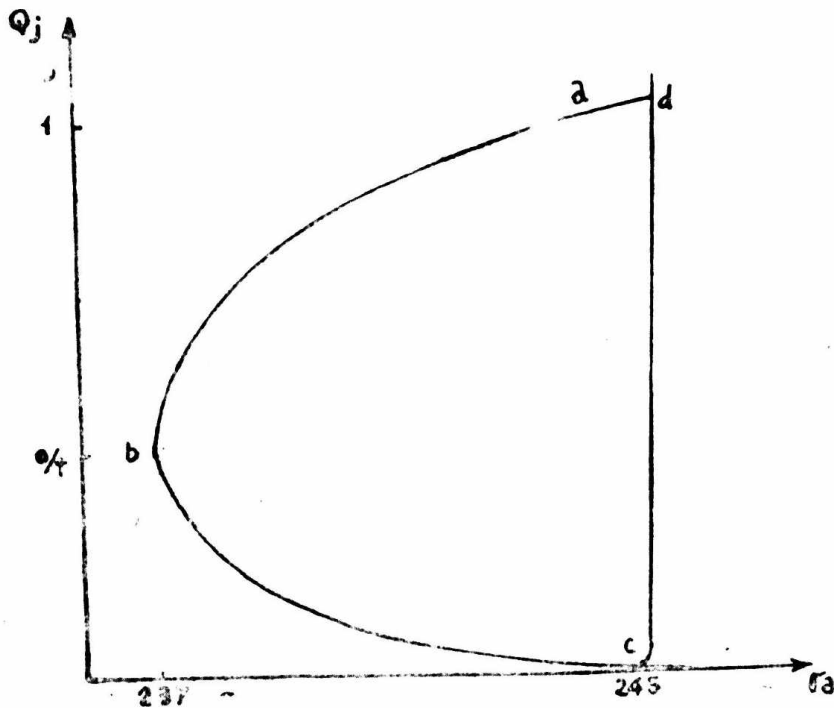
$$\text{tìm có dạng } Q_j = \tilde{Q}_j + \rho_j \quad (11)$$

Trong đó  $Q_j$  chính là các nghiệm đã tìm được ở (9), thay (11) vào (8) giải tìm  $\rho_j$  được.

$$\rho_{j1} = \frac{m \frac{B}{\gamma} (h_a \sigma_a - \alpha h_b \sigma_b)}{4 - m (h_a \sigma_a - \alpha h_b \sigma_b) - m \frac{B}{4\gamma} \alpha h_a h_b (\sigma_a - \sigma_b)} \quad (12.a)$$

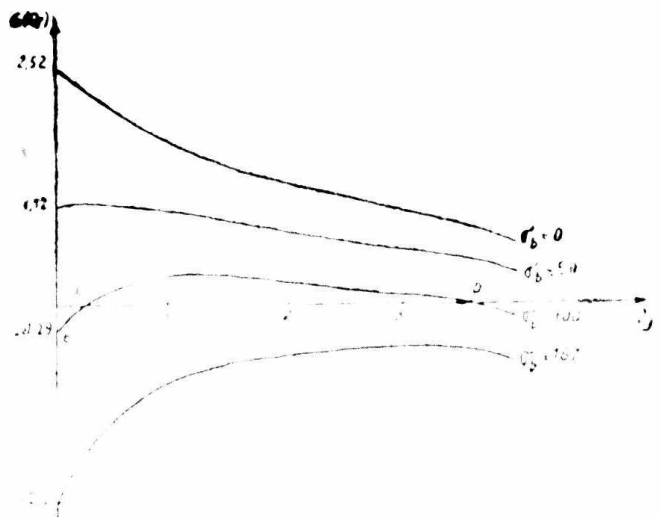
$$\rho_{j2,3} = \frac{m \frac{B}{\gamma} h_a \sigma_a (\alpha \bar{Q}_{j2,3} h_b + 4) - \alpha h_b \sigma_b (b_a \bar{Q}_{j2,3} + 4)}{3\alpha h_a h_b \bar{Q}_{j2,3}^2 + \bar{Q}_{j2,3} [8(b_a + \alpha h_b) - 2\alpha m h_a h_b (\sigma_a - \sigma_b)] - 4m(\sigma_a h_a - \alpha \sigma_b h_b) - 16 + \alpha m \frac{B}{\gamma} h_a h_b (\sigma_a - \sigma_b)} \quad (12.b)$$

Sự phụ thuộc  $Q_j(\sigma_a)$  được chỉ ra trên hình 2, ta thấy xuất hiện các đường cong trở như các tác giả [2,3] tìm được. Đoạn ba tương ứng với nghiệm  $Q_{j2}$ , đoạn bc tương ứng với nghiệm  $Q_{j3}$  và đoạn bc tương ứng với nghiệm  $Q_{j1}$



Hình 2 — Đồ thị sự phụ thuộc  $Q_j(\sigma_a)$  với các tham số:  
 $\alpha = 4$ ;  $\sigma_b = 25,91$   
 $\Gamma = 40\text{MHz}$ ;  $\epsilon = 1700\text{MHz}$

Hình 3 — Đồ thị sự phụ thuộc  $G(Q_j)$  với các tham số:  $\alpha = 4$ ,  
 $\sigma_a = 500$   $\Gamma = 40\text{Hz}$ ;  $\epsilon = 1700\text{MHz}$



3.2 Điều kiện xuất hiện lưỡng ổn định.

3.2, a — Khi không kể đến bức xạ tự động: lúc đó (7) có dạng sau

$$Q_j \left[ \frac{m\sigma_a h_a}{2\sqrt{2} (h_a Q_j + 2)^{1/2}} - \frac{m\alpha\sigma_b h_b}{2\sqrt{2} (\alpha h_b Q_j + 2)^{1/2}} - 1 \right] = 0 \quad (13)$$

Nếu  $Q_j \neq 0$  thì (13) chỉ có thể xảy ra khi hàm khuyếch đại  $G(P_j, \Gamma, \varepsilon, \sigma_a, \dots) = 0$  trong đó hàm  $G$  chính là biểu thức trong dấu ngoặc móc ở (13). Khảo sát hàm  $G$  như ở [3] cho thấy điều kiện xuất hiện lưỡng ổn định là:

$$G(Q_j = 0) < 0 \text{ và } G(Q_j = Q_j G) > 0 \quad (14)$$

trong đó  $Q_j G$  là giá trị mà tại đó hàm  $G$  đạt giá trị cực đại. Tùy theo các giá trị thông số môi trường mà điều kiện (14) được thỏa mãn lúc đó lưỡng ổn định sẽ xuất hiện.

Dạng biến đổi của hàm  $G$  có thể thấy trên hình 3. Theo hình 3 thì khi  $\sigma_b = 0$  thì không xuất hiện lưỡng ổn định, khi tăng dần  $\sigma_b$  lên tới giá trị  $\sigma_b = 100$  thì lưỡng ổn định xuất hiện. Các điểm D và E là các điểm ổn định còn các điểm C là không ổn định.

### 3.2. b — Khi kể đến bức xạ tự động.

Điều kiện xuất hiện lưỡng ổn định chính là điều kiện cần thiết để cho các nghiệm ở (9) và (12) đồng thời dương. Từ (12, a) ta có  $Q_{j1} = \rho_{j1} > 0$  nếu như

$$\frac{\Gamma}{\varepsilon} < \frac{4}{h_a \sigma_a - \alpha h_b \sigma_b} \quad (15)$$

Mặt khác từ (9) ta thấy rằng  $Q_{j2,3} > 0$  nếu như

$$4(h_a + \alpha h_b) - m\alpha h_a h_b (\sigma_a - \sigma_b) < 0$$

$$4 - m(\sigma_a h_a - \alpha \sigma_b h_b) > 0$$

Giải hệ bất đẳng thức này sau đó kết hợp với (15) ta thu được

$$\frac{4(h_a + \alpha h_b)}{\alpha h_a h_b (\sigma_a - \sigma_b)} < \frac{\Gamma}{\varepsilon} < \frac{4}{h_a \sigma_a - \alpha h_b \sigma_b} \quad (16)$$

(16) chính là điều kiện xuất hiện lưỡng ổn định khi tính đến bức xạ tự động. Mặt khác ta có thể xác định điều kiện lưỡng ổn định nhờ tiêu chuẩn Rayhurwitz [4] từ phương trình đại số (8). Tính toán cuối cùng cũng cho ta điều kiện (16).

### 4. Kết luận:

Nhờ hệ phương trình tốc độ chúng tôi đã tìm ra được dạng hàm đặc trưng cường độ mode  $Q_j$  cụ thể ở chế độ gần ngưỡng, cũng như điều kiện xuất hiện lưỡng ổn ở laser đơn mode với buồng cộng hưởng Fabry-perot chứa vật liệu hấp thụ bão hòa.

Các kết quả thu được ở đây một lần nữa khẳng định vai trò của sự khác nhau trong hệ số thoát ở các mức trên của các nguyên tử trong môi trường khuyếch đại hay hấp thụ, hiện tượng lưỡng ổn định quang học chỉ có thể xuất hiện khi hệ số tích thoát của hai ngăn là khác nhau ( $\alpha \neq 1$ ) kết luận này đã được chỉ ra ở [3] với các laser dạng vòng. Điều đáng chú ý ở đây là điều kiện xuất hiện lưỡng ổn định không chỉ phụ thuộc vào  $\alpha$  mà còn phụ thuộc vào các đại lượng đặc trưng cho vị trí của các ngăn khuyếch đại hay hấp thụ trong buồng cộng hưởng. Đây cũng là sự khác biệt nói lên vai trò của hiệu ứng tạo hốc (hole burning effect) trong sự xuất hiện lưỡng ổn định quang học.

So sánh đường cong thu được trên hình 2 với đường cong  $Q_j(\sigma_a)$  thu được ở [3] với cùng các giá trị tham số vật lý như nhau còn cho thấy đường cong trẻ ở laser với buồng cộng hưởng Fabry perot bị dịch chuyển về phía bơm khuếch đại lớn so với đường cong trẻ ở laser dạng vòng. Như vậy cường độ mode trong buồng cộng hưởng Fabry perot sẽ nhỏ hơn so với cường độ mode trong laser vòng. Điều này cũng phù hợp với kết luận của Muller [2].

Ảnh hưởng của hiệu ứng tạo hoặc cũng như vai trò của mở rộng không đồng nhất lên hiện tượng lưỡng ổn định quang học sẽ được trình bày trong bài báo sau của chúng tôi.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. R. Saloma, S. Stenholm, Phys. Rev, A.8,2695 (1973)
2. R. Muller, Preprint ZOS Akad. der Wissenschaften der DDR 8, 1980
3. Динь Ван Хоанг, Фанк Нго Ха—квантовая электроника, 13, № 3 (1986)
4. R. Schawarr, B. Frieland, Linear systems, NY Mc GrawHill 1965.

Динь Ван Хоанг, Ву Туан Лам.

#### ФЕНОМЕН ОПТИЧЕСКОЙ БИСТАБИЛЬНОСТИ В ЛНП С РЕЗОНАТОРОМ ФАБРИ—ПЕРО

В этой статье мы рассмотрели феномен оптической бистабильности в одномодовом режиме лазера с резонатором Фабри—перо. Из полученных результатов показано, что условия возникновения оптической бистабильности не только зависят от различия коэффициентов релаксации верхнего энергетического уровня в усиливающей и поглощающей ячейках, но и от положения этих ячеек в резонаторе. Это тоже ясное различие по сравнению с случаем кольцевого ЛНП (лазера с насыщающимся поглотителем).

Dinh Van Hoang, Vu Tuan Lam

#### OPTICAL BISTABILITY PHENOMENON IN LSA WITH FABRY—PEROT RESONATOR.

In this paper we considered the optical bistability phenomenon in one mode regime for LSA with Fabry—perot resonator. Received results show that condition of the appearance of bistability depends not only on the difference of relaxation coefficients of the upper levels of atoms in amplifying and absorbing cells but also on position of these cells in resonator. This is a clear difference comparing with the case of ring LSA.

Bộ môn Vật Lý Quang phổ  
Trường ĐHTH Hà Nội

Nhận bài tháng 12/1986.