TÍNH PHI MÂU THUẪN VÀ TÍNH ĐẦY ĐỦ CỦA HỆ THỐNG CÁC TIÊN ĐỀ CỦA LỚP CÂY THÔNG TIN TAM NGUYÊN N CHIỀU VỚI TẬP NGÔN NGỮ VÀO LÀ TẬP HỮU HẠN CÁC BỘ GỒM N PHẦN TỬ

PTS ĐỖ ĐỨC GIÁO

Bài toán về tính phi mâu thuẫn và tính đầy đủ của lớp cây thông tin tam nguyên một và n chiều với tập ngôn ngữ vào là tập vô hạn các phần tử đã được giải quyết trong [8].

Xét bài toán trên cho trường hợp tập ngôn ngữ vào là tập hữu hạn phần tử đã được chứng minh trong [9] đối với lớp cây tam nguyên một chiều.

Bài báo này chúng tôi giải quyết vấn đề trong trường hợp tổng quát (cây tam nguyên n chiều) với tập ngôn ngữ vào là tập hữu hạn các bộ gồm n phần tử.

Giả sử $D \neq \phi$ (tập rỗng) là tập các đối tượng nào đó. K là tập hữu hạn các số nguyên liên tiếp. Không giảm mất tính tổng quát ta đặt $K = \{1, 2, \ldots, m\}$, $m > 1$. Kí hiệu

Kí hiệu $K(n) = \underbrace{K \times K \times \ldots \times K}_{n \text{ lần}} = \{(l_1, l_2, \ldots, l_n) \mid l_i \in K, 1 \leq i \leq n\}$

Ngoài ra ta giả thiết các ký hiệu [|] | < | > | , | τ không thuộc vào tập D ∪ K. Đặt $D^+ = D \cup (\tau)$.

Định nghĩa 1.

1. Mỗi phần tử d trong D^+ gọi là một cây.
2. Giả sử $k \in K$, $1 \leq v \leq n$ và T_1, T_2, T_3 là ba cây.

Khi đó dãy kí hiệu $[v, k] < T_1, T_2, T_3 >$ cũng là một cây. Tập các cây định nghĩa như trên kí hiệu là TREE (n) và gọi là tập các cây tam nguyên n chiều. Tập K(n) và tập D^+ gọi là tập các ngôn ngữ vào và tập các phần tử ra của các cây tam nguyên n chiều.

Ta định nghĩa hàm kết quả $f: \text{TREE}(n) \times K(n) \to D^+$ như sau:

Định nghĩa 2

1. $f(d, l) = d$, với mỗi $d \in D^+$ và $l \in K(n)$

2. $$f([v, k] < T_1, T_2, T_3 >, l) = \begin{cases} f(T_1, l) \text{ nếu } l_v < k \\ f(T_2, l) \text{ nếu } l_v = k \\ f(T_3, l) \text{ nếu } l_v > k \end{cases}$$

ở đây $l = (l_1, l_2, \ldots, l_v, \ldots, l_n) \in K(n)$.

Một trong những khái niệm thường gặp trong bài này là khái niệm tương đương giữa các cây.

Định nghĩa 3

Ta nói T_1 là tương đương với cây T_2 (kí hiệu $T_1 \sim T_2$) nếu và chỉ nếu với mỗi $l \in K(n)$ ta có:

$$f(T_1, l) = f(T_2, l)$$

Giả sử ký hiệu $= \notin$ DUKU ([,]^k <, >, τ).

và với hai cây bất kỳ $T_1, T_2 \in TREE(n)$, ta lập dãy kí hiệu $T_1 = T_2$. Dãy kí hiệu $T_1 = T_2$ ta gọi là một phương trình cây. Tập tất cả các phương trình cây định nghĩa như trên ta ký hiệu qua EQU.

Giả sử $X \subset EQU$ và $T_1 = T_2 \in EQU$.

Định nghĩa 4

Ta nói phương trình cây $T_1 = T_2$ là dẫn được từ tập X (kí hiệu $X \vdash T_1 = T_2$) khi và chỉ khi hoặc $T_1 = T_2 \in X$ hoặc $T_1 = T_2$ nhận được bằng cách áp dụng một số hữu hạn lần các quy tắc dẫn xuất sau:

R_1. Nếu $T \in TREE(n)$ thì $X \vdash T = T$

R_2. Nếu $X \vdash T_1 = T_2$ thì $X \vdash T_2 = T_1$

R_3. Nếu $X \vdash T_1 = T_2$ và $X \vdash T_2 = T_3$ thì $X \vdash T_1 = T_3$

R_4. Nếu $X \vdash T_1 = T'_1$ thì $X \vdash [v, k] < T_1, T_2, T_3 > = [v, k] < T'_1, T_2, T_3 >$

R_5. Nếu $X \vdash T_2 = T'_2$ thì $X \vdash [v, k] < T_1, T_2, T_3 > = [v, k] < T_1, T'_2, T_3 >$

R_6. Nếu $X\ T_3 = T'_3$ thì $X \vdash [v, k] < T_1, T_2, T_3 > = [v, k] < T_1, T_2, T'_3 >$

II – HỆ THỐNG CÁC TIÊN ĐỀ VÀ ĐỊNH LÝ PHI MÂU THUẪN

Trong tập EQU ta chọn các phương trình cây sau đây làm hệ thống các tiên đề của lớp cây TREE(n).

Tiên đề 1 (ax_1).

Với mọi cây $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 \in TREE(n)$ và $k, k' \in K$ phương trình cây sau đây

$$[v, k] < [v, k'] < T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 > = [v, k] < T_1, T_4, T_5 >$$

là một tiên đề nếu $k \leqslant k'$, $(1 \leqslant v < n)$.

Tiên đề 2 (ax_2).

Với mọi cây $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 \in TREE(n)$ và $k', k \in K$ phương trình cây sau đây

$[v, k] < v, k'] < T_1, T_2, T_3, >, T_4, T_5 = [v, k'] < T_1, T_2, [v, k] < T_3, T_4, T_5 >>$

là tiên đề nếu $k > k'$, $(1 \leqslant v \leqslant n)$.

Tiên đề 3 (ax_3)

Với mọi cây $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 \in TREE(n)$ và $k, k' \in K$ phương trình sau đây

$$[v, k] < T_1, T_2, [v, k'] < T_3, T_4, T_5 >> = [v, k] < T_1, T_2, T_5 >$$

là một tiên đề nếu $k > k'$, $(1 \leqslant v \leqslant n)$.

Tiên đề 4 (ax_4)

Với mọi cây $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 \in TREE(n)$ và $k, k' \in K$ phương trình cây sau cây

$[v, k] < T_1, [v, k'] < T_2, T_3, T_4 >, T_5 > = [v, k] < T_1, T_3, T_5 >$

là một tiên đề nếu $k = k'$. $(1 \leqslant v \leqslant n)$.

Tiên đề 5 (ax_5)

Với mọi cây $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 \in TREE(n)$ và $k, k' \in K$ phương trình cây sau đây $[v, k] < T_1, [v, k'] < T_2, T_3, T_4 >, T_5> = [v, k] < T_1, T_2, T_5 >$ là một tiên đề nếu $k < k'$. $(1 \leqslant v \leqslant n)$.

Tiên đề 6 (ax_6)

Với mọi cây $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 \in TREE(n)$ và $k, k' \in K$ phương trình cây sau đây $[v, k] < T_1, [v, k'] < T_2, T_3, T_4 >, T_5 > = [v, k] < T_1, T_4, T_5 >$ là một tiên đề nếu $k > k'$ $(1 \leqslant v \leqslant n)$.

Tiên đề 7 (ax_7)

Với mỗi $d \in D^+$ và $k \in K$, phương trình sau đây $[v, k] < d, d, d > = d$ là một tiên đề

Tiên đề 8 (ax_8)

Với mọi cây $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 \in TREE(n)$ và $k, k' \in K$ phương trình cây sau đây

$[v, k] < [v', k'] < T_1, T_2, T_3 >, T_4, T_5 =$

$[v' k'] < [v, k] < T_1, T_4, T_5 >, [v, k] < T_2, T_4, T_5 >, [v, k] < T_3, T_4, T_5 \gg$ là một tiên đề với $1 \leqslant v, v' \leqslant n$ và $v \neq v'$.

Tiên đề 9 (ax_9)

Với mọi cây $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 \in TREE(n)$ và $k, k' \in K$ phương trình sau đây

$[v, k] < T_1, [v' k'] < T_2, T_3, T_4 >, T_5 > =$

$[v' k'] < [v, k] < T_1, T_2, T_5 >, [v, k] < T_1, T_3, T_5 >, [v, k] < T_1, T_4, T_5 \gg$

là một tiên đề với $1 \leqslant v, v' \leqslant n$ và $v \neq v'$.

Tiên đề 10 (ax_{10})

Với mọi cây $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 \in TREE(n)$, và $k, k' \in K$ phương trình sau đây

$[v, k] < T_1, T_2, [v' k'] < T_3, T_4, T_5 \gg =$

$[v' k'] < [v, k] < T_1, T_2, T_3 >, [v, k] < T_1, T_2, T_4 >, [v, k] < T_1, T_2, T_5 \gg$

là một tiên đề với $1 \leqslant v, v' \leqslant n$ và $v \neq v'$.

Tiên đề 11 (ax_{11})

Với mọi cây $T_1, T_2, T_3 \in TREE(n)$, phương trình cây sau đây

$[v, 1] < T_1, T_2, T_3 > = [v, 1] < T_1, T_2, T_3 >$

là một tiên đề với $1 \leqslant v \leqslant n$.

Tiên đề 12 (ax_{12})

Với mọi cây $T_1, T_2, T_3 \in TREE(n)$, phương trình sau đây
$[v, m] < T_1, T_2, T_3 > = [v, m] < T_1, T_2, \tau >$ là một tiên đề với $1 \leqslant v \leqslant n$.

Tiên đề 13 (ax_{13})

Với mọi cây $T_1, T_2, T_3 \in TREE(n)$ và $k \in K$. Phương trình cây sau đây
$[v, k] < T_1, T_2, T_3 > =$
$[v, 1] < \tau, T_1, [v, 2] < \tau, T_1, \ldots, [v, k] < \tau, T_2, [v, k+1] < \tau, T_3, \ldots, [v, m] < \tau, T_3, \tau > \ldots >$
là một tiên đề với $1 \leqslant v \leqslant n$.

Đặt $ax = \bigcup_{i=1}^{13} ax_i$ và gọi ax là hệ thống các tiên đề của lớp cây TREE (n).

Định lý 1. (tính phi mâu thuẫn của ax).

Nếu $ax \vdash T_1 = T_2$ thì $T_1 \approx T_2$.

Chứng minh bằng quy nạp theo định nghĩa của tính dẫn được.

III — DẠNG CHUẨN TẮC CỦA CÂY. TÍNH ĐẦY ĐỦ CỦA ax.

Để chứng minh tính đầy đủ của hệ ax ta dùng lý thuyết dạng chuẩn tắc cho lớp cây TREE (n). Kí hiệu $T \equiv T'$ (nghĩa là T đồng nhất bằng T').

Định nghĩa 5.

Ta định nghĩa quy nạp theo v kí hiệu N^v ($v = 0,1,2,\ldots$) và đọc v — dạng chuẩn tắc.

1. $v = 0$.

N^0 là 0 — dạng chuẩn tắc khi và chỉ khi $N^0 \equiv d$ với $d \in D^+$.

2. Giả sử N^v là v — dạng chuẩn tắc.

Ta nói N^{v+1} là $(v + 1)$ — dạng chuẩn tắc nếu nó là v — dạng chuẩn tắc hoặc nó có dạng

$N^{v+1} \equiv [v+1, 1] < \tau, N_0^v, [v+1, 2] < \tau, N_1^v \ldots, [v+1, m] < \tau, N_{m-1}^v, \tau > \ldots >$, ở

đây N_i^v $(i = 0, 1, \ldots, m-1)$

Là các v — Dạng chuẩn tắc và có tồn tại ít nhất một cặp

$N_i^v\ N_j^v$ $(0 \leqslant i \neq j \leqslant m-1)$. Kí hiệu $T \not\equiv T'$ có nghĩa là T không đồng nhất bằng T'.

Định lý 2 (tính đầy đủ của ax)

Giả sử $T_1, T_2 \in TREE(n)$

Nếu $T_1 \approx T_2$ thì $ax \vdash T_1 = T_2$.

Chứng minh Mỗi cây Ti $(i = 1, 2)$ xây dựng duy nhất một v_i — dạng chuẩn $N_i^{v_i}$. Tiếp theo chứng minh $N_1^{v_1} \equiv N_2^{v_2}$. Từ đó suy ra điều phải chứng minh.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. G. Asser: Einführung in die mathematische logik. Teil I. Leipzia. 1959
2. D.E. Knuth: The ARt of Computer programming. Vol. 3. Sorting and Searching. Addison — Wesely publishing Company 1999
3. E. Lüdde: Zur—Optimierung fragebogentheoretisch definierter Suohverfahren. Diss. A. Humboldt — Uni. Berlin. 1976.
4. C. Pokosny: Neueintragung in in bieären Suchbäumen durch Verdrangung. lifformatik Fachberichte 5 (1976) — , 314 — 325.
5. H. Thiele: On — a graph — theoretic realization of retrieval Systems. Colloques Internationaux du C.N.R.S. No 296 THEORIE DE L' INFORMATION (1997)
6. H. Thie: On equivalent — transformations of binary search trecs Published) in the 5th Colloquium in Lille (France). February 21 — 23, 1980.
7. Đỗ đức Giáo: Ternary Search Trees. Pr. IPI. PAN. 1980, No 411, 33 — 35.
8. Đỗ đức Giáo: Theorie — oquivalenter Transformationen ternarer Suchbäume mit blattorientierter Informationssoeicherung. Diss. A. Humboldt — Uni.. Berlin. 1980.
9. Đỗ đức Giáo: « Thông báo khoa học 1983 », Khoa Toán Cơ trường Đại học Tổng hợp Hà nội 1984 .

ДО ДЫК ЗАО — НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТИ И ПОЛНОТА СХЕМЫ АКСИОМ n — МЕРНЫХ ТЕРНАНЫХ ДЕРЕВЬЕВ ПОИСКА

Представляются схемы аксиом и правла вывода для эквикаленности тернарных деревьев поиска.

DO ĐUC GIAO, CONSISTENCE AND COMPLETITION OF THE AXIOM SCHEMES OF n—DIMENSIONAL TERNARY SEARCH TREES.

Axiom schemes and inference rules for the equivalence of ternary search trees are presented. They shawn to be consistent and complete.

Nhận ngày 20-6-1985

Tiếp theo trang 21

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Strother W.L.: Continuous multi-valued functions. Bol. Soc. S. Paulo 10 1955, 87 — 120.

[2] Nagy, J.: Stability of sets with respect to abstract processes. Math. Syst. Theory and Econ. II, springer, Berlin — Heidelberg — New York 1969, 355 — 378.

[3] Lê Văn Trực Acta polytechnica, Praha 4(III, 1), 1979

ЛЕ ВАН ЧЫК — ЗАРОДЫШ ЛОКАЛЬНЫХ МНОГОЗНАЧНЫХ СИСТЕМ

Показано, когда система, имеющая свойства локальных многозначных систем в течение краткого времени, совнадает с локальной многозначной системой. и когда две локальных многозначных системы, имеющие одинаковые свойства в окрестности нуля—времени, совпадают друг с другом.

LE VAN TRUC — GERM OF THE LOCAL MULTISYSTEMS

It is shown, when a system, behaves as the local multisystems for small time, it coincides with the local multisystem and when two local multisystems have the same behaviour near zero—time, they coincide with each other.

Nhận ngày 20-6-1985