[GHIÊN CỨU VẤN ĐỀ TACHYON TRONG MÔ HÌNH HADRON SỢI DÂY CÙNG VỚI CÁC KHỐI LƯỢNG QUARKS ĐƯỢC GẮN VÀO CÁC ĐẦU MÚT

Nguyễn Xuân Hãn
Đại học Khoa học Tự nhiên - ĐHQG Hà Nội

.. Mô hình sợi dây cùng với các khối lượng điểm ở các đầu mút đã được nhiều iả nghiên cứu [1 - 5]. Các kết quả thu được có thể cho bức tranh vật lý rõ ràng ả sự cầm tù các quark trong lý thuyết sắc động học lượng tử [3]. Các quark trong on liên kết với nhau qua trường véctơ gluon. Bức tranh tương tự phần nào giống c hạt điện tích âm và các hạt điện tích dương liên kết với nhau bằng trường điện Khác với trường điện từ, trường gluon có những tính chất đặc biệt do sự tương tác ıhau. Trong mô hình sợi dây - hadron người ta đã chỉ rằng "thế năng" tương tác của 2 quark phụ thuộc một cách tuyến tính vào khoảng cách giữa chúng [6]. Điều cho phép ta giải thích không tìm thấy quark ở trạng thái tự do. Chính vì vậy việc dựng lý thuyết lượng tử cho mô hình sợi dây cùng với khối lượng điểm ở các đầu là một bài toán lý thú và bức thiết trong hướng nghiên cứu này. Tuy nhiên những khăn như tính phi tuyến, trạng thái cơ bản tachyon và thứ nguyên không vật lý của g thời gian... làm cho bài toán phức tạp và đến nay vẫn chưa có lời giải. Trong báo này bước đầu chúng tôi nghiên cứu những vấn đề trên trong mô hình sợi dây giản Nambu - Gato đã được cải biến cùng với các đầu mút khối lượng. Các tác 1 - 5] đã chỉ ra thứ nguyên tới hạn của không thời gian và tachyon như trạng thái ản trong sợi dây Nambu - Gato liên kết với nhau [7]. Khối lượng của trạng thái cơ trong ở đây được xác định bởi năng lượng Casimir [3]. Chính vì vậy nghiên cứu của biểu thức năng lượng này trong mô hình sợi dây đã được cải biến có thể cho ết về trạng thái tachyon, và phương hướng loại bỏ nó để xây dựng một lý thuyết g tử sợi dây hoàn chỉnh. Nội dung của bài báo này được bố cục như sau: Ở mục xem xét giới hạn phi tương đối tính để cho mô hình Nambu - Gato cùng với các lượng điểm ở các đầu mút. Về mặt vật lý mô hình cải biến thu được ở đây có ử dụng để mô tả các quark đủ nặng. Sau khi tiến hành tuyến tính hoá các phương chuyển động và các điều kiện biên ta thu được nghiệm tổng quát cho bài toán (các riêng cho bài toán biên tuyến tính). Các tần số riêng của các dao động ngang sợi được xác định bởi phương trình siêu bội. Ở mục 3 chúng ta tìm được biểu thức năng lượng Casimir như hàm số của khối lượng quark bằng cả hai cách giải tích và số. Điều quan trọng là ở đây tồn tại một vùng các giá trị khối lượng của quark, đó năng lượng Casimir rõ ràng là dương. Kết quả này cho phép hy vọng khả năng quyết vấn đề tachyon trong mô hình sợi dây tương đối tính cùng với các đầu mút lượng. Mục 4 dành cho việc thảo luận kết quả nhận được.

2. Chúng ta xét động lực học của sợi dây Nambu - Gato cùng với các khối lượng $m_i, i = 1, 2$ ở các đầu mút. Phiếm hàm tác dụng tương ứng được xác định bởi thức:

$$S = -\gamma \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \int_{\sigma_1(\tau)}^{\sigma_2(\tau)} d\sigma \sqrt{(\dot{x}x')^2 - \dot{x}^2 x'^2} - \sum_{i=1}^{2} m_i \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \sqrt{\left(\frac{dx_\nu(\tau,\sigma(\tau))}{d\tau}\right)^2},$$

ở đây γ là hằng số đặc trưng cho sức căng sợi dây và có thứ nguyên bình phương lượng, $x^\mu(\tau,\sigma)$, $\mu = 0,1,2,\ldots, D-1; 0 \leq \sigma \leq \pi$ là sự thông số hoá của siêu mặt v hai chiều Σ và mô tả chuyển động của sợi dây. Số hạng thứ nhất ở vế phải công (1) chính là tác dụng của sợi dây không khối lượng tương đối tính, số hạng thứ h tả tác dụng của các khối lượng điểm được gắn ở đầu mút các sợi dây. Để cho cá đạo hàm chúng ta sử dụng các ký hiệu sau:

$$\dot{x}_\mu = \partial x_\mu(\tau,\sigma)/\partial\tau,\ x'_\mu = \partial x(\tau,\sigma)/\partial\sigma,$$
$$dx_\mu(\tau,\sigma_i(\tau))/d\tau = \dot{x}_\mu(\tau,\sigma_i(\tau)) + x'_\mu(\tau,\sigma_i(\tau))\dot{\sigma}_i(\tau).$$

Các hàm số $\sigma_i(\tau), i = 1,2$ mô tả chuyển động của các đầu mút trong mặt phẳng cu thông số τ,σ. Chúng ta viết rõ sự phụ thuộc vào vận tốc ánh sáng c trong tác dụn và sử dụng chuẩn thời gian $x^o(\tau,\sigma) = ct = \tau$. Kết quả chúng ta có:

$$S = -\rho_o c \int dt \int_0^\pi d\sigma[\vec{x}'^2(c^2 - \dot{\vec{x}}) + (\dot{\vec{x}}\vec{x}')]^{\frac{1}{2}} - \sum_{i=1}^{2} m_i c \int dt(c^2 - \dot{\vec{x}}_i^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Ở đây $\vec{x}(t,\sigma)$ là các thành phần không gian 3 chiều của vectơ bất biến Lorentz $x^\mu, \vec{x}$ $\vec{x}(t,\sigma_i); i = 1,2; \sigma_1 = 0, \sigma_2 = 0$; thay cho sức căng của sợi dây chúng ta đưa vào m khối lượng tuyến tính ρ_o của sợi dây $\gamma = \rho_o c$ [3]. Dấu chấm ký hiệu đạo hàm theo t dấu phẩy chỉ đạo hàm theo σ. Bây giờ chúng ta giả thiết vận tốc của tất cả các sợi dây $\dot{\vec{x}}(t,\sigma)$, và các đầu mút $\dot{\vec{x}}_i(t)$ nhỏ hơn vận tốc ánh sáng c:

$$|\dot{\vec{x}}(t,\sigma)| \ll c; \qquad |\dot{\vec{x}}_i| \ll c$$

Ta triển khai các biểu thức dưới dấu tích phân trong công thức (3) theo chuỗi $|\dot{\vec{x}}(t,$ và ta có:

$$S = -\rho c^2 \int dt \int_0^\pi d\sigma \sqrt{\vec{x}'^2}\left\{1 - \frac{\dot{\vec{x}}^2}{2c^2} + \frac{(\dot{\vec{x}}\vec{x}')^2}{2c^2\vec{x}'^2} + \ldots\right\} + \sum_{i=2}^{2} \frac{m_i}{2} \int dt\, \dot{\vec{x}}_i^2.$$

Tích phân theo σ của số hạng thứ nhất trong công thức (4) xác định độ dài sợi dâ thời điểm t, số hạng thứ 2 mô tả các khối lượng điểm ở 2 đầu mút sợi dây. Nếu ta hạn số hạng đầu tiên trong dấu móc ở công thức (4), thì ta có thể tìm được tác hiệu dụng dưới dạng [3]:

$$\overline{S} = -\rho_o c \int_{t_1}^{t_2} |\vec{x}_1(t) - \vec{x}_2(t)| dt - \sum_{i=1}^{2} \frac{m_i}{2}\dot{\vec{x}}^2.$$

Như vậy trong giới hạn phi tương đối tính sợi dây sinh ra thế năng tương tác giữ khối lượng điểm tăng một cách tuyến tính cùng với khoảng cách:

$$(|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|) = -\rho_o c^2 |\vec{x}_1(t) - \vec{x}_2(t)|.$$

Các toạ độ của sợi dây hoàn toàn biến mất khỏi động lực học sợi dây. Kết quả các tác giả [3] đã thu được trước đây khi phân tích chuyển động của sợi dây trong phi tương đối tính. Như vậy mô hình sợi dây tương đối tính nối hai khối lượng có thể xem xét như sự tương đối tính hoá theo tinh thần của Poincare về bài toán ương đối tính của hai vật thể với thế năng tương tác tăng một cách tuyến tính [8]. h thế năng tuyến tính này (ít nhất ở khoảng cách lớn giữa các quark) đã được sử một cách rộng rãi trong các mô hình hiện tượng luận quark hợp phần các hadron Ta tiếp tục giả thiết là độ dài của sợi dây l không đổi theo thời gian, có nghĩa thoả điều kiện: $\vec{x}'(t,\sigma) = \text{const} = (l/\pi)^2$, điều này có thể chấp nhận được khi chúng ta xét các dao động không trong phép gần đúng phi tương đối tính. Sử dụng tác dụng húng ta tìm được phương trình chuyển động cho sợi dây [10]:

$$\ddot{\vec{x}} - \frac{\pi\rho_o c^2}{l^2}\vec{x}'' + \frac{\pi^2}{2l^2}\frac{\partial}{\partial\sigma}(\dot{\vec{x}}^2\vec{x}') = 0. \tag{7}$$

ic điều kiện biên diễn tả các phương trình chuyển động cho các đầu mút khối lượng ây:

$$m_1\ddot{\vec{x}} = \frac{\pi\rho_o c^2}{l}\vec{x}' - \frac{\pi\rho_o}{2l}\dot{\vec{x}}^2\vec{x}', \qquad \text{khi} \quad \sigma = 0, \tag{8}$$

$$m_2\ddot{\vec{x}} = -\frac{\pi\rho_o c^2}{l}\vec{x}' - \frac{\pi\rho_o}{2l}\dot{\vec{x}}^2\vec{x}', \qquad \text{khi} \quad \rho = \pi. \tag{9}$$

ệm tổng quát của phương trình phi tuyến (7 - 9) cho đến nay chưa ai nhận được, bước đầu ta giới hạn giải tiến hành giải hệ phương trình tuyến tính tương ứng, có a ta tiến hành tuyến tính hoá trong phương trình chuyển động (7) và các điều kiện (8, 9), kết quả chúng ta có bài toán biên dưới đây:

$$\begin{aligned} &\ddot{\vec{x}} - a\vec{x}'' = 0,\\ &0 \le \sigma \le \pi, \ -\infty < t < \infty,\\ &\ddot{\vec{x}} = g_1\vec{x}', \qquad \text{khi} \quad \sigma = 0,\\ &\ddot{\vec{x}} = -g_2\vec{x}', \qquad \text{khi} \quad \rho = \pi. \end{aligned} \tag{10}$$

y $a = \pi c/l, g_i = \pi\rho_o c^2/(l\,m_i), i = 1,2$. Do tính tuyến tính của hệ phương trình nên bài (10) sẽ tách ra thành những bài toán biên giống nhau cho từng thành phần của $\vec{x}(t,\sigma)$. Sử dụng phương pháp giải đã được trình bầy tỉ mỉ [3] cho các bài toán loại này, ta tìm được biểu thức khai triển dưới đây cho các dao động ngang của dây:

$$x^j(t,\sigma) = Q^j + \frac{P^j t}{\rho_o l + 2m} + i\sqrt{\frac{\hbar}{2\rho_0 c}}\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{+\infty}\exp(-a\omega_n t)\frac{\alpha_n^j}{\omega_n}u_n(\sigma), j = 1,2,\dots,D-2.$$

à các hằng số, chúng đóng vai trò toạ độ của "tâm trọng lượng" của sợi dây tại thời n $t = 0$:

$$Q^j = \frac{1}{\pi + 2q^{-1}}\int_o^\pi d\sigma\, x^j(t=0,\sigma)\xi(\sigma), \tag{12}$$

ây $\xi(\sigma) = 1 + q^{-1}[\delta(\sigma) + \delta(\sigma - \pi)]$ là hàm trọng số, q là thông số không thứ nguyên $\rho_o l/\pi m$, $m_1 = m_2$. P^j là xung lượng toàn phần bảo toàn của sợi dây:

$$P^j = \int_o^\pi d\sigma\, p^j(t,\sigma) = \frac{\rho_o l}{\pi}\int_o^\pi d\sigma\dot{\vec{x}}^j(t,\sigma)\xi(\sigma). \tag{13}$$

Từ (12, 13) ta có Hamiltonien của hệ đang xét:

$$H = \frac{\rho_0 l}{2\pi}\int_o^\pi (\dot{\vec{x}}^2\xi(\sigma) + a^2\vec{x}'^2)d\sigma.$$

Trong công thức (11) các biên độ α_n thoả mãn các quy tắc thông thường của phép hợp phức $\alpha_n^+ = \alpha_{-n}; \omega_n$ là các trị riêng, còn $u_n(\sigma)$ là các hàm riêng của bài toán biên

$$u''(\sigma) + \omega_2 u(\sigma) = 0, \quad 0 \leq \sigma \leq \pi,$$
$$\omega^2 u(0) = -qu'(0), \quad \omega_2 u(\pi) = qu'(\pi),$$

còn các giá trị riêng ω_n là nghiệm của phương trình siêu bội:

$$\tan(\pi\omega) = \frac{2q\omega}{\omega^2 - q^2}.$$

Các trị riêng ω_n được phân bố đối xứng đối với điểm không trên trục số thực, vì chúng ta có thể đánh số thứ tự chúng sao cho $\omega_o = 0, \omega_{-n} = -\omega_n, n = 1, 2, \ldots$ và các riêng u_n sẽ thoả mãn điều kiện $u_n(\sigma) = u_{-n}(\sigma)$. Hàm riêng có dạng [11]:

$$u_n(\sigma) = N_n\left[cos(\omega_n\sigma) - \frac{\omega_n}{q}sin(\omega_n\sigma)\right], n = 0, 1, 2, \ldots$$

N_n là các hằng số chuẩn hoá:

$$N_o^{-2} = (\pi + 2q^{-1}) = \frac{\pi(\rho_o l + 2m)}{\rho_o l}.$$
$$N_2^{-2} = (\frac{\pi}{2}(1 + \frac{\omega_n^2}{q^2}) + \frac{1}{q}), \ n = 1, 2 \ldots$$

Khi các khối lượng ở các đầu mút của sợi dây tiến tới không, thì $q \to \infty$, $\omega_n \to n$, u $\sqrt{2/\pi}\cos(n\sigma)$ và phép triển khai (11) sẽ tiến tới lời giải để cho sợi dây tự do. Thay vào (18) chúng ta có:

$$H = \frac{P^2}{2M} + \frac{a\hbar}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(\alpha_n\alpha_n^+ + \alpha_n^+\alpha_n)$$

Trong đó $M = 2m + \rho_o l$. Khi chuyển sang lý thuyết lượng tử thì các biên độ α_n, α trở thành các toán tử, các móc Poisson cho toạ độ và xung lượng $x^i(t, \sigma), p^j(t, \sigma')$ sẽ thành các giao hoán tử:

$$[x^i(t, \sigma), p^j(t, \sigma')] = i\hbar\delta_{ij}\delta(\sigma - \sigma'),$$

hay tương đương với những hệ thức sau:

$$[Q^i, P^j] = i\hbar\delta_{ij},$$

$$[\alpha_n^i, \alpha_m^j] = \omega_n\delta_{ij}\delta_{n+m,0}; i, j = 1, 2, \ldots, D-2, n, m = \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Các toán tử sinh huỷ được đưa vào theo cách thông thường như sau:

$$\alpha_n^j = \sqrt{\omega_n}a_n^j, \alpha_{-n}^j = \alpha_n^{+j} = \sqrt{\omega_n}a_n^{+j},$$

$$[a_n^i, a_m^{+j}] = \delta_{ij}\delta_{nm} n, m = 1, 2, \ldots \quad (21)$$

ụng các công thức (19 - 21) chúng ta tìm được biểu thức cuối cùng cho toán tử iltonien:

$$H = \frac{P^2}{2M} + a\hbar \sum_{n=1}^{\infty} \omega_n \sum_{j=1}^{D-2} a_n^{+j} a_n^j + a\hbar \frac{D-2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \omega_n. \quad (22)$$

ạng cuối cùng trong công thức (22) chính là năng lượng Casimir.

3. Năng lượng Casimir trong các mô hình sợi dây với độ chính xác đến thừa số ng bằng bình phương khối lượng của trạng thái cơ bản [3]. Vì vậy dựa vào dấu của g lượng Casimir ta có thể đi đến kết luận: trong trạng thái cơ bản ở phổ của sợi có tachyon hay không? Chúng ta đưa vào đại lượng không thứ nguyên đặc trưng năng lượng Casimir của từng bậc tự do ngang của sợi dây

$$C(q) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{2} \omega_n(q) \quad (23)$$

g như các bài toán tương tự đã xét ở [12] , thì tổng (23) sẽ phân kỳ. Vì vậy , để giá ăng lượng Casimir $C(q)$ có ý nghĩa vật lý ta phải sử dụng các quá trình khử phân có nghĩa là loại bỏ các giá trị vô hạn bằng cách tái chuẩn hoá giá trị năng lượng mir . Nhưng rất tiếc cho đến nay không tồn tại một phương pháp tổng quát đơn ào để khử phân kỳ cho bài toán này, điều này hoàn toàn tương tự như phương p R - Bogoliubov để cho các yếu tố S - ma trận trong lý thuyết trường lượng tử. hế ta phải tìm cách tái chuẩn hoá thích hợp đối với năng lượng Casimir trong từng ưng hợp cụ thể. Ở đây ta chỉ giới hạn thảo luận sự phụ thuộc năng lượng Casimir khối lượng của quark , có nghĩa là thông số $q = \rho_o l/(m\pi)$. Giải phương trình (16) g phương pháp số [11], ta có kết quả:

$$\overline{C}_R^{(1)}(q) = -\frac{1}{24} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} [\epsilon_n(q) - \frac{2q}{n\pi}] \quad (24)$$

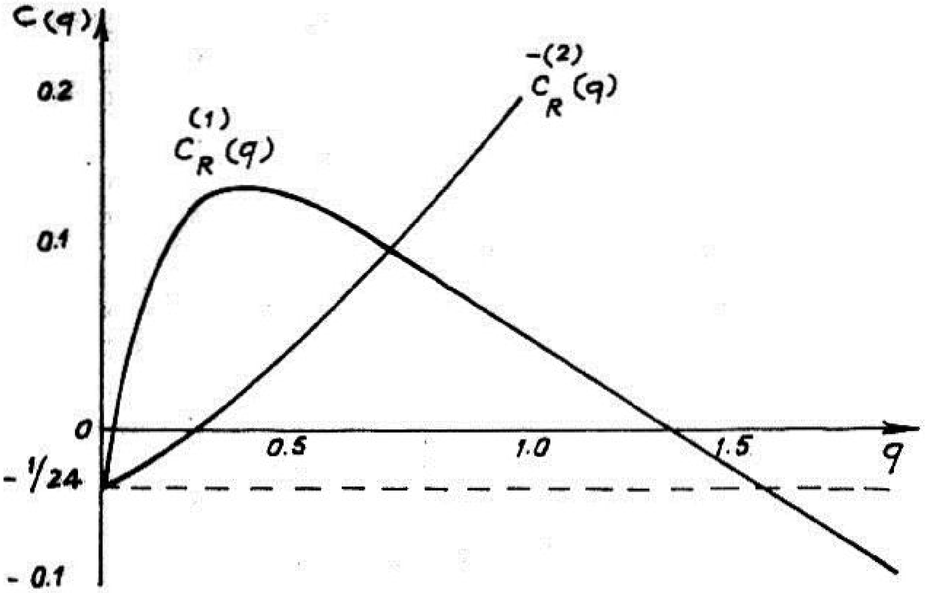
g đó ϵ_n là bé $0 < \epsilon_n < 1$, và thoả mãn phương trình sau đây:

$$\cos \frac{\pi}{2}\epsilon_n - \frac{n-1+\epsilon_n}{q} \sin \frac{\pi}{2}\epsilon_n = 0, \ n = 1, 2, \ldots$$

phương trình (16) bằng phương pháp giải tích ta có kết quả [11]:

$$\overline{C}_R^{(2)} = \frac{1}{24} + \int_0^{\infty} dz \ln\Big[1 + \frac{1}{(z/q)^2 + 2(z/q)cth(\pi z)}\Big] \quad (25)$$

ý phương trình (16) với $q = 0, q = \infty$ ta có nghiệm $\omega_n = n$, còn $n = 1, 2, \ldots$ là những rị xác định bất kỳ, và $C(q = 0) = C(q = \infty) = -1/24$. Rất tiếc ta không tìm được điệu tiệm cận của nghiệm phương trình (16) cho các giá trị tần số riêng $\omega_n(q)$ ở ng hợp đồng thời khi n lớn và $q \to n$ (cho giới hạn khối lượng các quark nhẹ) vì gần đúng phi tương đối tính cho hàm tác dụng ở trên sẽ không có cơ sở. Ta biểu hàm $\bar{C}_R(q)$ trên đồ thị (xem hình vẽ ở dưới) bằng cách lấy các giá trị số tương với các công thức (24) và (25). Các đồ thị đó sẽ diễn tả sự phụ thuộc năng lượng mir $\bar{C}_R(q)$ vào thông số không thứ nguyên $q = \rho_o l/\pi m$. Điều quan trọng là ở đây tồn các giá trị q (có nghĩa là các giá trị khối lượng quark) làm cho năng lượng Casimir ương. Như vậy việc kể tính thêm các giá trị khối lượng của quark trong mô hình dây hadron thì ta có thể loại bỏ được vấn đề tachyon.



Đồ thị diễn tả sự phụ thuộc của năng lượng Casimir
vào khối lượng của quark qua thông số q.

4. Ta đã tiến hành nghiên cứu mô hình đơn giản sợi dây tương đối tính cùng các khối lượng quark được gắn ở các đầu mút. Trong phép gần đúng phi tương tính (điều này thích hợp với các quark đủ nặng) ta đã nhận được thế năng tương giữa các quark tăng tuyến tính theo khoảng cách , điều này cho một bức tranh dễ về sự cầm tù quark trong sắc động học lượng tử . Sau khi tuyến tính hoá phương t chuyển động và định tính các điều kiện ta nghiên cứu động lực học của quark, ta được các biểu thức diễn tả dáng điệu tính của năng lượng Casimir vào khối lượng các quark. Kết quả này chứng tỏ rằng đóng góp của tachyon vào năng lượng Cas về nguyên tắc có thể loại bỏ bằng các khối lượng của các quark trong mô hình sợi hadron . Để thu được kết quả hữu hạn cho năng lượng Casimir ta đã nhận được biểu thức khác nhau (24) và (25) , điều này là kết quả của việc sử dụng hai phép chuẩn hoá và khử phân kỳ khác nhau . Theo các kết quả nghiên cứu lý thuyết hiện về các hiệu ứng Casimir chưa cho phép phát biểu cách tính toán nào là đúng, vì hỏi đó đến nay vẫn còn là vấn đề bỏ ngỏ [12]. Đáng chú ý vấn đề tachyon ở trên c bắt đầu được quan tâm nghiên cứu gần đây trong mô hình lý thuyết sợi dây cứng c với các khối lượng ở các đầu mút [13, 14]. Tác giả cảm ơn các GS. Barbashov B Nesterenko V.V., Đào Vọng Đức, đã cho nhiều ý kiến thảo luận bổ ích. Bài báo h thành dưới sự tài trợ của Chương trình nghiên cứu Cơ bản KT-04.3.1.17.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. G. Lanyi. *Phys. Rev.* v. D14 (1976), pp. 972.
2. A. Chados, C.B. Thorn. *Nucl. Phys*, B12 (1974), pp. 509.
3. B.M. Barbashov, V.V. Nesterenko. Introduction to the Relativistic String T ory. *Singapore: World Scientific*, 1990.
4. R. Andreo, R. Rohrlich. *Nucl. Phys.* v. B115 (1976), pp.521.
5. P.H. Frampton. *Phys. Rev.* D12 (1975), pp.538.
6. Y. Nambu. *Phys. Rev.* D10 (1974), pp.4262.

7. J. Scherk. *Rev. Mod. Phys.* 47 (1975), pp.123.
8. N. Savokhina. *S. Dok. AN.* USSR, 265 (1982), pp. 952.
9. H. Grosse, A. Martin. *Phys. Rep.* C., 60 (1980), pp. 341.
10. M.O. Katanaev. *Sov. J.* 48 (1988), pp. 396.
11. B.B. Nesterenko. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 53 (1991), pp. 1666.
12. G. Plunien et al. *Phys. Rep.* C134 (1986), pp. 87.
13. Nguyen Suan Han, B.B. Nesterenko. *Int. J. Mod. Phys. A*, 3 (1988), pp. 2315.
14. A. M. Chervyakov, B.B. Nesterenko. *Phys. Rev.* D 48 (1993), pp. 5811.

OURNAL OF SCIENCE, Nat. Sci., t. XII, n°3, 1996

STUDY OF THE TACHYON PROBLEM IN THE STRING MODEL OF HADRONS WITH MASSIVE QUARKS ATTACHED TO ITS ENDS

Nguyen Suan Han
College of Natural Sciences - VNU

ı the model of relativistic string with massive quarks attached to its ends, the ıdence of the Casimir energy on the quark mass is investigated. The quark dynamics ated in the nonrelativistic approximation and the linearization of the equations of n and boundary conditions is accomplished. The Casimir energy $\tilde{C}_R$ as a function of ıark mass m is found. In principle, obtained results have shown there is a possibility ve he tachyon problem in the model of the relativistic string with massive ends.