TẠP CHÍ KHOA HỌC No 1 - 1993

QUAN HỆ TƯƠNG ĐƯƠNG TỔNG QUÁT GIỮA CÁC MÔ HÌNH TÍNH TOÁN TREE[(FORMULA)^n, Y], TREE [B,Y$^+$] VÀ TREE [V, Y

Đỗ Đức Giáo
Khoa Toán - Cơ - Tin học ĐHTH Hà Nội

Trong [1], các tác giả đã định nghĩa hai mô hình tính toán TREE [(B, Y$^+$)] và T Y$^+$)]. Bài toán tương đương trên mô hình TREE [(B, Y$^+$)] được giải quyết thông qua tương đương trên mô hình TREE [(V, Y$^+$)].

Trong bài báo này chúng tôi đưa ra một mô hình tính toán (tìm kiếm thông tin) ngữ vào là các ánh xạ lôgic hai giá trị, còn các bộ phận điều khiển trong mô hình (các các công thức lôgic.

1. ĐỊNH NGHĨA MÔ HÌNH TÍNH TOÁN VÀ MỘT VÀI TÍNH CH

Ta kí hiệu $FORMULA$: Tập các công thức lôgic ứng với bảng chữ cái X và đặt

$$(FORMULA)^n = \{(H_1, H_2, \ldots, H_n)/H_i \in FORMULA\},$$
$$BEL = \{b \;:\; X \to \{0,1\}\}.$$

Định nghĩa 1:

Giả sử $\tilde{H}$, $\tilde{H}' \in (FORMULA)^n$ và $\tilde{H} = (H_1, H_2, \ldots, H_n)$, $\tilde{H}' = (H'_1, H'_2, \ldots, H'_n)$.
Ta định nghĩa các phép toán lôgic $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\rceil$ như sau:

$$H \vee H = (H_1 \vee H'_1, H_2 \vee H'_2, \ldots, H_n \vee H'_n)$$
$$H \wedge H = (H_1 \wedge H'_1, H_2 \wedge H'_2, \ldots, H_n \wedge H'_n)$$
$$H \rightarrow H = (H_1 \rightarrow H'_1, H_2 \rightarrow H'_2, \ldots, H_n \rightarrow H'_n)$$
$$H \vee H = (H_1 \leftrightarrow H'_1, H_2 \leftrightarrow H'_2, \ldots, H_n \leftrightarrow H'_n)$$
$$\rceil H = (\rceil H_1, \rceil H_2, \ldots, \rceil H_n).$$

Định nghĩa 2:

Trên tập $(FORMULA)^n \times BEL$ ta định nghĩa giá trị $VAL(\tilde{H}, b)$ theo các bước sau

$AL((F, F, \ldots, F), b) = (0, 0, \ldots, 0)$. F - kí hiệu sai

$AL((W, W, \ldots, W), b) = (1, 1, \ldots, 1)$. W - kí hiệu đúng

$AL(H \circ H', b) = (WAL(H_1 o H'_1, b), \ldots, WAL(H_n o H'_n, b))$

đây $o \in \{\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$

$AL(\rceil H, b) = (VAL(\rceil H_1, b), \ldots, VAL(\rceil H_n, b))$.

ịnh nghĩa 3:

. $\tilde{H} = (H_1, H_2, \ldots, H_n) \in (FORMULA)^n$ là đồng nhất đúng ($ag\,\tilde{H}$) khi và chỉ khi $\forall b \in$ ta có $VAL(\tilde{H}, b) = (1, 1, \ldots, 1)$.

. $\tilde{H}$ tương đương với $\tilde{H}'$ ($\tilde{H} \approx \tilde{H}'$) khi và chỉ khi $H_i \approx H'_i$ ($i = 1, 2, \ldots, n$), tức là $VAL(H'_i, b)$ $BEL(i = 1, 2, \ldots, n)$.

. $\tilde{H} \approx \tilde{H}'$ khi và chỉ khi $\forall b \in BEL$ ta có $VAL(H_i, b) \leq WAL(H'_i, b)$ ($i = 1, 2, \ldots, n$).

ịnh nghĩa 4: (Định nghĩa mô hình tính toán $TREE[(FORMULA)^n, Y]$).

ý hiệu Y - tập các Documents nào đó. Trên bộ có thứ tự $[(FORMULA)^n, Y]$ ta định nghĩa $REE[(FORMULA)^n, Y]$ như sau:

. Mỗi phần tử $y \in Y$ gọi là một mô hình tính toán trên $[(FORMULA)^n, Y]$.

. Giả sử $\tilde{H} = (H_1, H_2, \ldots, H_n) \in (FORMULA)^n$ và $T_1, T_2, \ldots, T_n$ là các mô hình tính toán $(FORMULA)^n, Y]$. Khi đó dãy ký hiệu $\tilde{H}\langle T_1 T_2 \ldots T_n\rangle$ cũng gọi là một mô hình tính toán $(FORMULA)^n, Y]$.

ịnh nghĩa 5: (Cách làm việc của mô hình khi ngôn ngữ vào là các hàm lôgic trong BEL)

iả sử $T \in TREE[(FORMULA)^n, Y]$ và $b \in BEL$. Ta định nghĩa giá trị $Obj\,(T, b)$ như

$$Obj\,(y, b) = \{y\}, \quad \forall y \in Y.$$

$$Obj\,((H_1, H_2, \ldots, H_n)\,\langle T_1 T_2 \ldots T_n\rangle, b) = \bigcup_{VAL(H_i, b) = 1} Obj\,(T_i, b)\,.$$

ịnh nghĩa 6: (Sự tương đương theo ngôn ngữ vào là các BEL)

iả sử T_1 và T_2 là các mô hình trong $TREE[(FORMULA)^n, Y]$. Ta nói T_1 là tương đương (kí hiệu $T_1 \underset{Obj}{\approx} T_2$) khi và chỉ khi ta luôn có:

$bj\,(T_1, b) = Obj\,(T_2, b)$ với mọi b trong BEL.

ịnh nghĩa 7:

iả sử b, b' là các phần tử trong BEL

. $b \approx b'$ khi và chỉ khi $\forall \tilde{H} \in (FORMULA)^n$ ta có:

$AL\,(\tilde{H}, b) = VAL\,(\tilde{H}, b')$.

. $b \lesssim b'$ khi và chỉ khi $\forall \tilde{H} \in (FORMULA)^n$ ta có:

$AL\,(\tilde{H}, b) \leq VAL\,(\tilde{H}, b')$.

r các định nghĩa trên có một số tính chất hiển nhiên sau đây:

ịnh lý 1.

. Nếu $H \approx H'$ thì $Obj\,(\tilde{H}\,\langle T_1 T_2 \ldots T_n\rangle, b) = Obj\,(\tilde{H}'\,\langle T_1 T_2 \ldots T_n\rangle, b)$

$\forall b \in Bel, \forall T_1, T_2, \ldots, T_n \in TREE[(FORMULA)^n, Y]$.

2. Nếu $H \lesssim H'$ thì

$Obj\,(\tilde{H}\,\langle T_1T_2\ldots T_n\rangle, b) \subseteq Obj\,(\tilde{H}'\,\langle T_1T_2\ldots T_n\rangle, b)$

$\forall b \in BEL, \forall T_1, T_2, \ldots, T_n \in TREE[(FORMULA)^n, Y]$.

3. Nếu $b \approx b'$ thì $Obj\,(T, b) = Obj\,(T, b') \quad \forall T \in TREE[(FORMULA)^n, Y]$.

4. Nếu $b \lesssim b'$ thì $Obj\,(T, b) \subseteq Obj\,(T, b') \quad \forall T \in TREE[(FORMULA)^n, Y]$.

5. Quan hệ $\underset{Obj}{\approx}$ là một quan hệ tương đương trên $TREE[(FORMULA)^n, Y]$.

Quan hệ $\approx$ trong định nghĩa 3 là quan hệ tương đương trên $(FORMULA)^n$.

Quan hệ $\approx$ trong định nghĩa 7 là quan hệ tương đương trên BEL

Định nghĩa 8

Giả sử $R \subseteq FORMULA$, $r \in R$ và $T \in TREE[(FORMULA)^n, Y]$.

Ta định nghĩa tập $Objmg\,(T, r)$ như sau:

$$Objmg\,(T, r) = \bigcup_{VAL(r,b)=1} Obj\,(T, b)$$

Định nghĩa 9 (Sự tương đương theo ngôn ngữ vào là các công thức lôgic)

Giả sử T và $T' \in TREE[(FORMULA)^n, Y]$.

Ta nói T là tương đương với T' (kí hiệu $T \underset{Objmg}{\approx} T'$)

Khi và chỉ khi ta có:

$$Objmg\,(T, r) = Objmg\,(T', r) \quad \forall r \in R.$$

Lưu ý: $Objmg$ là ánh xạ từ tập $TREE[(FORMULA)^n, Y] \times FORMULA$ vào tập con của Documents Y.

Obj là ánh xạ từ tập $TREE[(FORMULA)^n, Y] \times BEL$ vào các tập con của Docum

Từ định nghĩa trên ta có các tính chất hiển nhiên sau đây:

Định lý 2

1. Quan hệ $\underset{Objmg}{\approx}$ là một quan hệ tương đương trên $TREE[(FORMULA)^n, Y]$.

2. Nếu $T \underset{Obj}{\approx} T'$ thì $T \underset{Objmg}{\approx} T'$.

3. Nếu $H \approx H'$ thì $Objmg\,(T, H) = Objmg\,(T, H')$.

4. Nếu $H \lesssim H'$ thì $Objmg\,(T, H) \subseteq Objmg\,(T, H')$.

5. $Objmg\,(T, F) = \emptyset$ (F - kí hiệu sai)

6. $Objmg\,(T, HoH') = Objmg\,(T, H) \;\Box\; Objmg\,(T, H')$

ở đây $o \in \{\vee \wedge\}$ còn $\Box \in \{\cup, \cap\}$ tương ứng.

7. $Objmg\,(T, \rceil H) = Objmg(T, W) \setminus Objmg\,(T, H)$

ở đây W - kí hiệu đúng

2. QUAN HỆ GIỮA CÁC LỚP MÔ HÌNH TÍNH TOÁN: TREE $[(FORMULA)^n, Y]$, TREE $[B, Y^+]$ và TREE$[V, Y^+]$

quan hệ giữa $TREE[B,Y^+]$ và $TREE[V,Y^+]$ trong [1] người ta đã chỉ ra kết quả tương chiều giữa 2 lớp trên qua:

ịnh lý 3

ó tồn tại ánh xạ Φ (ánh xạ Φ') từ tập $TREE[B,Y^+]$ vào tập $TREE[V,Y^+]$ (Từ tập $[V,Y^+]$ vào tập $TREE[B,Y^+]$) có các tính chất sau đây:

Φ (cũng như Φ') là các ánh xạ đơn trị.

$\forall T \in TREE[B,Y^+]$ (cũng như $T' \in TREE[V,Y^+]$) ta luôn luôn có $Rech_B(T,x) = (\Phi(T),x)$ $\forall x \in X$ (cũng như $Rech_v(T',x) = Rech_B(\Phi'(T'),x)$ $\forall x \in X$).

$\forall T_1, T_2 \in TREE[B,Y^+]$ (cũng như $\forall T_1', T_2' \in TREE[V,Y^+]$). Ta có

$$T_1 \underset{X,B}{\approx} T_2 \iff \Phi(T_1) \underset{V,X}{\approx} \Phi(T_2)$$

hư :

$$T_1' \underset{X,V}{\approx} T_2' \iff \Phi'(T_1') \underset{X,B}{\approx} \Phi'(T_2').$$

ề quan hệ giữa $TREE[(FORMULA)^n, Y]$ với $TREE[B,Y^+]$ và với $TREE[V,Y^+]$ trong o này chúng tôi mới chứng minh có ánh xạ đơn vị chuyển mô hình tính toán trong $[(FORMULA)^n, Y]$ thành mô hình tính toán trong $TREE[B,Y^+]$ cũng như trong $[V,Y^+]$. Lẽ dĩ nhiên các ánh xạ đó là bảo toàn tính tương đương trên các mô hình

ết quả này là thực sự quan trọng xét về ý nghĩa ứng dụng của nó. Vì giải quyết được vấn đề bài toán tương đương trên lớp $TREE[(FORMULA)^n, Y]$ cũng được giải quyết thông qua n tương đương đã được giải quyết trên lớp $TREE[V,Y^+]$ cũng như trên $TREE[B,Y^+]$.

ất nhiên về mặt toán học, chúng ta có quyền đòi hỏi có hay không một ánh xạ đơn vị bảo toàn ương đương từ các lớp $TREE[V,Y^+]$ và $TREE[B,Y^+]$ vào $TREE[(FORMULA)^n, Y]$.

húng tôi hy vọng bằng phương pháp "thác triển" lớp $TREE[(FORMULA)^n, Y]$ thành lập ơn theo ý nghĩa nào đó thì vấn đề trên được giải quyết.

đây chúng tôi trình bày 2 kết quả sau đây:

ịnh lý 4 (Quan hệ giữa $TREE[(FORMULA)^n, Y]$ và $TREE[B,Y^+]$)

ồn tại ánh xạ φ: $TREE[(FORMULA)^n, Y] \to TREE[B,Y^+]$

ó các tính chất sau đây:

φ là ánh xạ đơn trị.

$Objmg(T,r) = Rech_B(\varphi(t),r)$ $\forall T \in TREE[(FORMULA)^n, Y]$ và $\forall r \in FORMULA$.

φ bảo toàn tính tương đương, tức là $\forall T_1, T_2 \in TREE[(FORMULA)^n, Y]$ ta luôn có

$$T_1 \underset{Objmg}{\approx} T_2 \iff \varphi(T_1) \underset{R,B}{\approx} \varphi(T_2).$$

Chứng minh

Sự tồn tại của φ

Giả sử $R \subseteq FORMULA$. Lấy $\tilde{H} = (H_1, H_2, \ldots, H_n) \in (FORMULA)^n$. Ứng $\tilde{H}$ với da trị $\beta_{\tilde{H}}$ trên R như sau ($r \in R$):

$$\beta_{\tilde{H}}(r) = \{i \,/\, i \in \{1, 2, \ldots, n\} \text{ với } VAL\,(H_i, b) = 1 \text{ và } VAL\,(r, b) = 1\}.$$

Khi đó ta xây dựng $\varphi\ : TREE\,[(FORMULA)^n, Y] \rightarrow TREE\,[B, Y^+]$ theo định nghĩa mô hình tính toán $TREE\,[(FORMULA)^n, Y]$:

a) $\varphi(y) = \{y\}$ với mọi $y \in Y$.

b) $\varphi(\tilde{H}\,\langle T_1 T_2 \ldots T_n\rangle) = \beta_{\tilde{H}}\,\langle \varphi(T_1)\varphi(T_2)\ldots\varphi(T_n)\rangle$, ở đây $\tilde{H} \in (FORMULA)^n$, $\overline{1,n}) \in TREE\,[(FORMULA)^n, Y]$.

Ánh xạ φ là đơn trị vì VAL là hàm lôgic đơn trị.

Sự bảo toàn tính tương đương của φ được suy ra từ mục 2. Ta kiểm tra mục 2: $Objmg\,($ $Rech_B\,(\varphi(t), r)$ bằng quy nạp theo định nghĩa T.

Với $T = y$ hiển nhiên

Giả sử

$$T = (H_1, H_2, \ldots, H_n)\langle T_1 T_2 \ldots T_n\rangle = \tilde{H}\langle T_1 T_2 \ldots T_n\rangle,$$
$$\varphi(T) = \varphi(\tilde{H}\langle T_1 T_2 \ldots T_n\rangle) = \beta_{\tilde{H}}\,\langle \varphi(T_1)\varphi(T_2)\ldots\varphi(T_n)\rangle,$$

ở đây theo giả thiết quy nạp thì:

$$Objmg\,(T_i, r) = Rech_B\,(\varphi(T_i), r) \quad \forall r \in R \text{ và } i = \overline{1,n}$$

Xét

$$\begin{aligned}
Objmg\,(\tilde{H}\langle T_1 T_2 \ldots T_n\rangle, r) &= \bigcup_{VAL(r,b)=1} Obj(\tilde{H}\langle T_1 T_2 \ldots T_n\rangle, b) = \\
&= \bigcup_{VAL(r,b)=1} \Big\{ \bigcup_{VAL(H_i,b)=1} Obj(T_i, b) \Big\} = \bigcup_{\substack{VAL(H_i,b)=1 \\ VAL(r,b)=1}} Obj(T_i, b) = \\
&= \bigcup_{i \in \beta_{\tilde{H}}(r)} Obj(T_i, b) = \bigcup_{i \in \beta_{\tilde{H}}(r)} Objmg(T_i, r) = \bigcup_{i \in \beta_{\tilde{H}}(r)} Rech_B\,(\varphi(T_i), r) = \\
&= Rech_B\,\big(\beta_{\tilde{H}}\,\langle \varphi(T_1)\varphi(T_2)\ldots\varphi(T_n)\rangle, r\big) = \\
&= Rech_B\,\big(\varphi(\tilde{H}\langle T_1 T_2 \ldots T_n\rangle, r\big) = Rech_B\,\big(\varphi(T), r\big) \ \forall r \in R.
\end{aligned}$$

Định lý được chứng minh.

Định lý 5 (Quan hệ giữa $TREE\,[(FORMULA)^n, Y]$ và $TREE\,[V, Y^+]$)

Tồn tại ánh xạ ψ: $TREE\,[(FORMULA)^n, Y] \rightarrow TREE\,[V, Y^+]$ có các tính chất sau ở

1. ψ là ánh xạ đơn trị.

2. $Objmg\,(T, r) = Rech_B\,(\psi(), r)\ \ \forall T \in TREE\,[(FORMULA)^n, Y]$ và $\forall r \in R \subseteq FORM$

3. $T_1 \underset{Objmg}{\approx} T_2 \Longleftrightarrow \psi(T_1) \underset{R,V}{\approx} \psi(T_2)\ \ \forall T_1, T_2 \in TREE\,[(FORMULA)^n, Y]$.

ứ n g m i n h: **tương tự như định lý 4.** Ở đây lấy $\psi = \Phi \circ \varphi$ **là ánh xạ hợp của 2 ánh** **ng định lý 3 và** φ **trong Định lý 4.**

quan hệ giữa các mô hình tính toán nêu ở trên có thể hình dung qua sơ đồ dưới đây:

$$\begin{tikzcd}
TREE[(FORMULA)^n, Y] \arrow[r, "\varphi"] \arrow[dr, "\psi = \Phi \circ \varphi"'] & TREE[B, Y^+] \arrow[d, shift left, "\Phi"] \\
& TREE[V.Y^+] \arrow[u, shift left, "\Phi'"]
\end{tikzcd}$$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Đức Giáo. A method for solving general equivalence problem in form of **questions and answer.** chí Khoa học, Hanoi University, No 4, 1987, PP. 1-6.

Đức Giáo. The method to guess the equivalent between retieval trees. Tạp chí Khoa học, Hanoi versity, No 1, 1990, PP. 1-6.

Đức Giáo. Retrieval Systems with the Languages in put are terms and formulace enlarge. Tạp Khoa học, Hanoi University, No 4, 1990, PP. 43-48.

Thiele. On a graph-theoretic realization of retrieval Systems. F. N. S. E. T., Cachau, France, 4-8, let 1977.

GENERAL EQUIVALENCE RELATIONS BETWEEN THE SETS TREE [(FORMULA)^n, Y], TREE [B, Y$^+$] AND TREE [V, Y$^+$]

Do Duc Giao

Faculty of mathematic - mechanics - informatics Hanoi University

sets TREE [B, Y$^+$] and TREE [V, Y$^+$] defined by [1].

this paper we will give the method to guess the equivalent between sets TREE [B, Y$^+$], V, Y$^+$] and TREE [(FORMULA)^n, Y]. Based on some ideas given in [1, 4].