TƯƠNG TÁC CỦA NUCLEON VỚI TRƯỜNG HẤP DẪN MẠNH

PHẠM ĐỖ TIẾN, TRẦN THỊ THU HÀ

MỞ ĐẦU

Sự tồn tại thực nghiệm của các mêzôn spin 2, có khối lượng tham gia vào các tương tác mạnh, cho phép A. Salam và J. Stathdee đề xuất khả năng tồn tại một trường hấp dẫn mạnh, tầm ngắn $f_{\mu\nu}$ liên kết với tenxơ năng xung lượng hadronic, thông qua một phương trình kiểu Einstein với một hằng số hấp dẫn mạnh K_f tương ứng [1]. Tuy nhiên, lý thuyết này vấp phải khó khăn về tính nhị nhân quả, do nó giả định có hai Mêtric cùng tồn tại ở mỗi điểm không — thời gian. C. Sivaram và K. P. Sinha đã khắc phục khó khăn này bằng cách sử dụng phương trình Einstein có số hạng vũ trụ [2]. Trong công trình này, chúng tôi sẽ khảo sát phương trình trường hấp dẫn mạnh [2] trong phép gần đúng phi tương đối tính và thu được một số kết quả sau:

1) — Chứng minh trường Yukawa là giới hạn phi tương đối tính của trường hấp dẫn mạnh, tương tự trường hấp dẫn Newton là giới hạn phi tương đối của trường hấp dẫn Einstein.

2) — Xác định phổ năng lượng của nucleon trong trường hấp dẫn mạnh, trong gần đúng Yukawa. Từ đó, tính được sự chênh lệch khối lượng của nơtron và prôtôn, gần đúng với số liệu thực nghiệm.

I. PHƯƠNG TRÌNH TRƯỜNG HẤP DẪN MẠNH TRONG PHÉP GẦN ĐÚNG YUKAWA

Xuất phát từ phương trình hấp dẫn mạnh [2]

$$R_{\mu\nu}(f) - \Lambda f_{\mu\nu} - K_f\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} f_{\mu\nu}\right) = 0 \tag{1}$$

trong đó $f_{\mu\nu}$ là tenxơ metric trong trường hấp dẫn mạnh, $R_{\mu\nu}$ là tenxơ Ricci tương ứng. $\Lambda \sim \left(\frac{mc}{h}\right)^2$ (m là khối lượng của f mêzôn).

$$K_f = \frac{8\pi G_f}{C^4}, \quad \left(\frac{m^2 G_f}{\hbar C} \sim 1\right)$$

Đặt
$$f_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \alpha_{\mu\nu} \tag{2}$$

trong đó $\eta_{\mu\nu}$ là tenxơ Minkowski, còn $\alpha_{\mu\nu}$ là đại lượng vô cùng bé, thỏa mãn điều kiện chuẩn

$$\frac{d}{dx^\nu}\left(\alpha^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\delta^{\mu\nu}.\alpha\right) = 0 \tag{3}$$

Giả thiết rằng trường hấp dẫn mạnh được đặc trưng bởi một thế vô hướng φ, và giới hạn việc giải bài toán trong gần đúng bậc nhất, kết hợp với (2), (3), phương trình (1) trở thành.

$$(\square \Lambda)\varphi = 12G_f\rho \tag{4}$$

trong đó $\rho = \dfrac{\Lambda c^2}{8\pi G_f}$ là mật độ vật chất hadronic gây nên trường hấp dẫn mạnh [2].

Đặt

$$\Lambda = \chi^2,\ G = 3G_f$$

và coi nucleon như một hạt điểm. Khi đó, trong trường hợp trường tĩnh, (4) sẽ có dạng

$$(\Delta - \chi^2)\varphi = 4\pi Gm\delta(\vec{r}) \tag{5}$$

Từ đó

$$\varphi = -Gm\frac{e^{-\chi r}}{r} \tag{6}$$

Đây chính là thế Yukawa. Do đó, một nucleon với mật độ khối $\rho'(r)$ sẽ có thế năng tương tác hấp dẫn mạnh là

$$V \approx \int \rho'(\vec{r})\varphi(\vec{r})\,d\vec{r} \approx -Gm^2\frac{e^{-\ae r'}}{r'}$$

(Nếu coi $\rho' = m\delta(\vec{r} - \vec{r}')$). Đối chiếu với công thức Yukawa [4], trong đó

$$V = -g^2\frac{e^{-\chi r}}{r}$$

ta suy ra

$$\frac{Gm^2}{\hbar c} \approx \frac{g^2}{\hbar c} \approx 3$$

Từ đó $G_f \approx 6{,}6 \,.\, 10^{30}\ cm^3.\ g^{-1} sec^{-2}$, phù hợp với kết quả xác định G_f theo cách khác [2].

CHUYỂN ĐỘNG CỦA NUCLEON TRONG TRƯỜNG HẤP DẪN MẠNH

Phương trình Dirac trong tọa độ cong có dạng [5]

$$(i\hbar\gamma^\lambda\nabla_\lambda - mc)\psi = 0$$

trong đó γ_λ là các ma trận thỏa mãn hệ thức phản giao hoán và liên hệ với các ma trận không đổi Dirac bởi hệ thức

$$\gamma_\mu = b^i_\mu\bar{\gamma}_i \tag{8}$$

(xem [5]), và

$$\nabla_\lambda = \frac{\partial}{\partial x^\lambda} - \Gamma_\lambda$$

với

$$\Gamma_\lambda = \frac{1}{4} f_{\mu\sigma}\left|\frac{\partial b^j_\nu}{\partial x^\lambda}a^\rho_j - \Gamma^\rho_{\nu\lambda}\right| S^{\mu\nu} + a_\lambda I \tag{9}$$

(xem [5]). Xét trong tọa độ cầu ($x^0 = ct = \tau,\ x^1 = r,\ x^2 = \theta,\ x^3 = \varphi$). Từ (2), (3) và (6) ta có Mêtric trong gần đúng Yukawa.

$$f_{\mu\nu} = \mathrm{diag}\ 1 - \left(\frac{Gme^{-\ae r}}{c^2 r},\ -1,\ -r^2\sin^2\theta,\ -r^2\right) \tag{10}$$

Chọn các ma trận γ_μ theo (8) cụ thể là

$$\gamma_o = \left(1 - \frac{2Gme^{-æ r}}{c^2 r}\right)^{1/2} \tilde{\gamma}_o, \gamma_1 = \tilde{\gamma}_1, \gamma_2 = r\sin\theta\tilde{\gamma}_2, \gamma_3 = r\tilde{\gamma}_3$$

Thay vào (9), ta tìm được giá trị cụ thể của các Γ_λ. Từ đó tìm được dạng tường minh của phương trình Dirac (7)

$$\Big\{ i\hbar \left(1 - \frac{2Gme^{-æ r}}{c^2 r}\right)^{1/2} \tilde{\gamma}_o \frac{d}{dt} - i\hbar \Big[\tilde{\gamma}_1 \Big(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} + \frac{1}{4}\left(1 - \frac{2Gme^{-æ r}}{c^2 r}\right)^{-1}$$

$$\frac{2Gme^{-æ r}}{c^2 r}\left(æ - \frac{1}{r}\right)\Big) - \frac{\tilde{\gamma}_2}{r\sin\theta}\frac{d}{d\varphi} - \frac{\tilde{\gamma}_3}{r}\left(\frac{d}{d\theta} + \frac{1}{2}\operatorname{cotg}\theta\right)\Big] - mc \Big\} \psi = 0 \quad (11)$$

Thực hiện các phép tính tương tự như trong [6], chúng ta thu được các phương trình xuyên tâm như sau

$$\left[\left(1 - \frac{2Gme^{-æ r}}{c^2 r}\right)^{-1/2} E - mc^2\right] F + \hbar c \frac{dG}{dr} - \frac{\hbar c k}{r} G = 0$$

$$\left[\left(1 - \frac{2Gme^{-æ r}}{c^2 r}\right)^{-1/2} E + mc^2\right] G - \hbar c \frac{dF}{dr} - \frac{\hbar c k}{r} F = 0 \quad (12)$$

Nếu tính đến các tương tác điện từ, ta thu được các phương trình tương tự như phương trình (12), với điều kiện thay E bởi $E' = E - \frac{e^2}{r}$

III. PHỔ NĂNG LƯỢNG CỦA NUCLEON TRONG TRƯỜNG HẤP DẪN MẠNH

Ở gần đúng bậc nhất, tức là bỏ qua những số hạng tỉ lệ với $\frac{1}{c^2}$, các phương trình (12) có dạng

$$\left(E - mc^2 + \frac{Gm^2}{r}\right) F - \frac{\hbar c dG}{dr} - \frac{\hbar c k}{r} G = 0$$

$$\left(E + mc^2 + \frac{Gm^2}{r}\right) G - \frac{\hbar c dF}{dr} - \frac{\hbar c k}{r} F = 0 \quad (13)$$

Từ đó, (xem [6]) ta có

$$E = mc^2 \left(1 + \frac{\gamma^2}{(s+n')^2}\right)^{-1/2} \quad (14)$$

trong đó $s = (k^2 - \gamma^2)^{1/2}$, $\gamma = \frac{Gm^2}{\hbar c}$, n' = 0, 1, 2, 3, ... Trong biểu thức năng lượng này, ngoài năng lượng chính của nucleon, còn có sự đóng góp của trường hấp dẫn mạnh qua γ. Khi $\gamma \to 0$ biểu thức trở về dạng đã biết trong giới hạn phi tương đối tính thông thường.

Tương tự, khi kể đến tương tác điện từ, các phương trình trong gần đúng này có dạng

$$\left(E - mc^2 + \frac{Gm^2 - e^2}{r}\right) F + \hbar c \frac{dG}{dr} - \frac{\hbar ck}{r} G = 0$$

$$\left(E - mc^2 + \frac{Gm^2 - e^2}{r}\right) G - \hbar c \frac{dF}{dr} - \frac{\hbar ck}{r} F = 0 \qquad (15)$$

và

$$E' = mc^2 \left(1 + \frac{\gamma'^2}{(s' + n')^2}\right)^{-1/2} \qquad (16)$$

trong đó

$$\gamma' = \gamma - \alpha \,, \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

$$s' = (k^2 - \gamma'^2)^{-1/2}$$

Trong (16), năng lượng của nucleon bao gồm cả năng lượng tĩnh, năng lượng hấp dẫn mạnh thông qua γ và năng lượng điện từ thông qua α. Khi $\alpha \to 0$, thì (16) trùng với (14).

Gọi M_{hd} là khối lượng hiệu dụng của nucleon. Từ (13) và (15) ta có

$$\frac{GM_{hd}^2}{r} = \frac{Gm - e^2}{r}$$

Nếu $e = 0$ thì $M = m_n$ và $e \neq 0$ thì $M = m_p$. Từ đó rút ra

$$(m_n - m_p) c^2 = \frac{e^2 c^2}{2Gm} = 1{,}8\,\mathrm{Mev}$$

Số liệu thực nghiệm cho $(m_n - m_p) c^2 = 2\mathrm{Mev}$

Như vậy, kết quả tính toán sự chênh lệch khối lượng của nơtrôn với prôtôn khá phù hợp với số liệu thực nghiệm.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. C.J. Isham, A. Salam and J. Stathdee. Physics Review 4, 867 (1971)
2. C. Sivaram and K.P. Shinha, Physics Reports vol 51, N°3 (1979)
3. Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц. Теория поля М. 1967
4. Фелд. Б. Модели элементарных частиц. М. 1971
5. D.R. Brill, J.A. Wheeler. Review of Modern Physics 29, 465 (1957)
6. Schiff Leonard I. Quantum mechanics (1968).

ФАМ ДО ТИЕН, ЧАН ТХУ ХА. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НУКЛОНА С СИЛЬНЫМ ГРАВИТАЦИОНЫМ ПОЛЕМ

Исследованы уравнения сильного гравитационого поля в нерелятивитском приближении. Полученные результаты показывают, что поле ювава есть

сильное гравитационное поле в этом приближении. Методом определения энергитических спектров нуклонов в сильном гравитационном поле, получено отклонение масс между протоном и нейтроном, это отклонение согласовано с экспериментом.

PHAM DO TIEN, TRAN THU HA. THE INTERACTION OF NUCLEON WITH STRONG GRAVITATIONAL FIELD

The equations of strong gravitational field are considered in the non—relativistic approximation. The received results show that Yukawa field is non—relativistic limit of the strong gravitational field. By defining energy spectra in the strong gravitational field, the difference of mass between proton and neutron is calculated. This difference conform to experiment.

Nhận ngày 20-4-1985