TẠP CHÍ KHOA HỌC No 1 - 1992

Nguyễn Đình Dũng

ẢNH HƯỞNG CỦA SỰ GỒ GHỀ CỦA MẶT BIÊN "CHÂN KHÔNG - VẬT CHẤT CÓ CÁC HẠT NHÂN PHÂN CỰC" LÊN PHẢN XẠ GƯƠNG CỦA CÁC NOTRON PHÂN CỰC

Bài toán phản xạ gương của các nơtron trên biên phẳng lý tưởng đã được nghiên cứu kỹ càng [1]. Trong các công trình gần đây [2, 3] các bài toán phản xạ nhiễu xạ của các nơtron phân cực trên bia phân cực có mặt biên phẳng cũng đã được nghiên cứu. Trong bài báo này chúng tôi nghiên cứu bài toán phản xạ gương của các nơtron phân cực trên biên thực (mặt biên có sự gồ ghề).

Khi xem xét phản xạ gương của các nơtron phân cực trên biên thực tế giữa vật chất và chân không, chúng ta cần tính đến sự gồ ghề của mặt biên. Sự gồ ghề của mặt biên thực xuất hiện là do sự gồ ghề của các vị trí của các hạt nhân trong quá trình dao động nhiệt hoặc là do sự thăng giáng vị trí của biên đến cỡ vài chục Å.

Giả sử chùm nơtron phân cực tiến đến bề mặt của vật chất có các hạt nhân phân cực nằm chiếm nửa không gian $x > 0$.

Trong bia phân cực như chúng ta đã biết [4] từ trường tổng cộng hiệu dụng $\vec{G}_{eff}$ sẽ tác động lên chùm nơtron:

$$\vec{G}_{eff} = \vec{B} + \vec{H}^{nuc}_{eff} \tag{1}$$

ở đó $\vec{B}$ - véctơ cảm ứng từ, $\vec{H}^{nuc}_{eff}$ - từ trường hiệu dụng hạt nhân.

Chúng ta giả thiết rằng trong nửa không gian $x > 0$, trong vật chất có các hạt nhân phân cực có từ trường hiệu dụng đồng nhất có dạng:

$$G_{effx} = G_{effy} = 0; \quad G_{effz} = G_{eff}(x)$$

Trục z có hướng song song với mặt của bia.

Trong trường hợp này quá trình phản xạ, khúc xạ của các nơtron phân cực trên bia được xác định bởi Hamiltonien.

$$H = \frac{P^2}{2m} + V(x) - \mu G_{eff}(x)\sigma_z \tag{2}$$

ở đó P, m - toán tử xung lượng và khối lượng của nơtron; μ - mômen từ của nơtron; $V(x)$ - thành phần thế hạt nhân không phụ thuộc vào spin.

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ – ma trận Pauli.}$$

Ta viết lại biểu thức (2) dưới dạng:

$$H = H_0 + \epsilon(x, \sigma_z) \tag{3}$$

ở đó

$$H_0 = \frac{P^2}{2m} + [V_0 - \mu G_{eff}\sigma_z]\theta(x)$$

V_0 và G_{eff} - là các giá trị của $V(x)$ và $G_{eff}(x)$ ở sâu trong bia cách xa biên.

$$\varepsilon(x,\sigma_z) = [V(x) - V_0\theta(x)] - \mu[G_{eff}(x) - G_{eff}\theta(x)]$$

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{khi} \quad x > 0 \\ 0 & \text{khi} \quad x < 0 \end{cases}$$

$\varepsilon(x,\sigma_z)$ - nhiễu loạn xuất hiện khi ta tính đến sự gồ ghề của mặt vật chất.

Chúng ta sẽ đi tìm nghiệm của phương trình Schrodinger

$$H\psi = [H_0 + \varepsilon(x,\sigma_z)]\psi = E\psi \tag{4}$$

dưới dạng sau:

$$\psi = e^{iK_\parallel r_\parallel}\varphi(x)\chi_{S_z}$$

Ở đó χ_{S_z} - hàm spin tương ứng với giá trị S_z của hình chiếu của spin của nơtron lên trục z:

$$\frac{1}{2}\sigma_z\chi_{S_z} = \pm S_z\chi_{S_z}; \qquad S_z = \frac{1}{2}$$

$\vec{K}_{|Vert}, \vec{r}_\parallel$ - là các thành phần của vectơ sóng và vectơ vị trí của nơtron song song với bề mặt của vật chất.

Đặt (2) vào (4) chúng ta sẽ nhận được phương trình để cho $\varphi(x)$:

$$\Delta_x\varphi_\pm(x) + \left\{K_x^2 - \frac{2m}{\hbar^2}[V_0 \mp \mu G_{eff}]\theta(x) + \varepsilon_{1\pm}(x)\right\}\varphi - \pm(x) = 0 \tag{5}$$

ở đó

$$K_x = \left[\frac{2mE_\perp}{\hbar^2}\right]^{1/2} > 0, \qquad \varepsilon_{1\pm}(x) = -\frac{2m}{\hbar^2}\varepsilon_\pm(x),$$

$$\varepsilon_\pm(x) = [V(x) - V_0\theta(x)] \mp \mu[G_{eff}(x) - G_{eff}\theta(x)]$$

$E_\perp = E_0 - \dfrac{P_y^2 + P_z^2}{2m}$ - năng lượng chuyển động dọc của nơtron. Nhờ hàm Green của phương trình Schrodinger mô tả phản xạ gương trên biên phẳng.

$$\Delta_x G_\pm(x,x') + \left\{K_x^2 - \frac{2m}{\hbar^2}[V_0 \mp \mu G_{eff}]\theta(x)\right\} \cdot G_\pm(x,x') = \delta(x - x') \tag{6}$$

Chúng ta biểu diễn phương trình (5) trong dạng tích phân:

$$\varphi_\pm(x) = \varphi_{0\pm}(x) + \int G_\pm(x,x')\varepsilon_{1\pm}(x')\varphi_\pm(x')dx' \tag{7}$$

ở đó $\varphi_{0\pm}(x)$ - nghiệm của phương trình thuần nhất xác định phản xạ gương trên biên phẳng chân không - vật chất:

$$\varphi_{0\pm}(x) = \begin{cases} e^{iK_x^< x} + A_{0\pm}e^{-iK_x^< x} & \text{khi} \quad x < 0 \\ B_{0\pm}e^{iK_{x\pm}^> x} & \text{khi} \quad x > 0 \end{cases}$$

ở đó

$$K_x^< = \sqrt{2m_\perp/\hbar^2} > 0, \quad K_{x\pm}^> = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}[_\perp - V_0 \pm \mu G_{eff}]}$$

Từ điều kiện liên tục của hàm sóng và của đạo hàm của hàm sóng trên biên $x = 0$ chúng ta xác định được các hệ số của sóng phản xạ và sóng khúc xạ:

$$A_{0\pm} = \frac{K_z^< - K_{z\pm}^>}{K_z^< + K_{z\pm}^>}\ ; \qquad B_{0\pm} = \frac{2K_z^<}{K_z^< + K_{z\pm}^>} \tag{8}$$

Để tìm biên độ của sóng phản xạ gương chúng ta cần nghiên cứu tiệm cận của hàm sóng (7) khi $x \to -\infty$. Có thể chỉ ra rằng:

$$\lim_{x\to-\infty} G(x,x') \approx \frac{i}{K_z^<} e^{iK_z^< x}\varphi_0(x') \tag{9}$$

ở đó $\varphi(x')$ - nghiệm của phương trình thuần nhất xác định phản xạ gương trên biên phẳng của chân không - vật chất.

Thay (9) vào (7) chúng ta sẽ nhận được:

$$A_{\pm} = A_{0\pm} + \frac{i}{K_z^<}\int \varphi_{0\pm}(x')\varphi_{\pm}(x')dx' \tag{10}$$

Hạn chế ở gần đúng bậc nhất và chú ý đến các công thức (8) chúng ta sẽ nhận được:

$$A_{\pm} \approx A_{0\pm} + \frac{iB_{0\pm}}{K_z^<}\left[\int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon_{1\pm}(x')dx' + 2iK_{z\pm}^> \int_{-\infty}^{+\infty} x'\varepsilon_{1\pm}(x')dx'\right]$$

Nếu $\varepsilon_{1\pm}(x')$ là một hàm chẵn thì tích phân thứ hai của biểu thức trên sẽ bằng không và

$$A_{\pm} \approx A_{0\pm} + \frac{iB_{0\pm}^2}{K_z^<}2\int_0^{+\infty} \varepsilon_{1\pm}(x')dx' \tag{11}$$

Chúng ta xét một ví dụ khi $\varepsilon_{1\pm}(x')$ có dạng Gauss:

$$\varepsilon_{1\pm}(x') = \varepsilon_{0\pm}e^{\frac{-x^2}{2d_0}}$$

ở đó d_0 - biên độ đặc trưng của sự gồ ghề. Thay (12) vào (11) và tính tích phân ta sẽ nhận được

$$A_{\pm} \approx A_{0\pm} - \frac{i8\sqrt{2\pi}K_z^<\varepsilon_{0\pm}md_0}{(K_z^< + K_{z\pm}^>)^2\hbar^2} \tag{12}$$

Như vậy cường độ của sóng phản xạ được xác định bởi biểu thức sau:

$$J_{\pm} \approx |A_{0\pm}|^2 + 16\mathrm{Im}\frac{\sqrt{2\pi}A_{0\pm}K_z^<\varepsilon_{0\pm}md_0}{(K_z^< + K_{z\pm}^>)^2\hbar^2} \tag{13}$$

Bây giờ chúng ta đánh giá số hạng bộ xung vào cường độ của sóng phản xạ ở gần góc tới hạn đặc trưng cho sự gồ ghề của bề mặt biên. Để làm điều đó chúng ta chọn $K^< \approx 10^9 cm^{-1}$ và góc trượt của nơtron $\alpha = 0,1°$. Trong trường hợp đó $K_z^< \approx 10^6 cm^{-1}$. Theo kết quả của [4] thì $\varepsilon_{0\pm} \sim V_0 \sim -\frac{2\pi\hbar^2}{m}\rho f(0)$, ở đó ρ - mật độ hạt nhân, $f(0)$ - biên độ tán xạ về phía trước của nơtron. Nếu chọn $\rho = 10^{22}cm^{-3}$, $f(0) \sim 10^{-12}cm$, $d_0 \sim 10^{-7}cm$ thì:

$$\frac{16\sqrt{2\pi}A_{0\pm}K_z^<\varepsilon_{0\pm}md_0}{(K_z^< + K_{z\pm}^>)^2\hbar^2} \sim 10^{-2} - 10^{-1}.$$

Như vậy chúng ta đã thấy phần đóng góp bổ sung vào cường độ của sóng phản xạ của nơtron đặc trưng cho sự gồ ghề của bề mặt biên là không nhỏ ngay cả khi do rất nhỏ và bằng $10^{-7}cm$.

Bây giờ chúng ta xem xét vectơ phân cực của nơtron phản xạ:

$$\vec{P} = \frac{\langle \psi^{ref} | \vec{\sigma} | \psi^{ref} \rangle}{\langle \psi^{ref} | \psi^{ref} \rangle} \qquad (14)$$

Giả sử hàm sóng mô tả trạng thái spin ban đầu của nơtron tới có dạng:

$$\chi_{S_z} = C_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad (15)$$

ở đó $|c_1|^2$ và $|C_2|^2$ là các xác suất tìm nơtron ở các trạng thái tương ứng với $S_z = \frac{1}{2}$ và $S_z = -\frac{1}{2}$. Như vậy sóng phản xạ nơtron có thể viết dưới dạng sau:

$$\psi^{ref} = e^{i\vec{K}_{\parallel} \cdot \vec{r}_{\parallel}} \begin{pmatrix} C_1 [A_{0+} - \xi d_0] \\ C_2 [A_{0-} - \eta d_0] \end{pmatrix} e^{-iK_z^< z} \qquad (16)$$

ở đó

$$\xi = \frac{i8\sqrt{2\pi} K_z^< m \varepsilon_{0+}}{(K_z^< + K_{z+}^>)^2 \hbar^2}; \qquad \eta = \frac{i8\sqrt{2\pi} K_z^< m \varepsilon_{0-}}{(K_z^< + K_{z-}^>)^2 \hbar^2}$$

Thay (16) vào (14) và trong tính toán ta bỏ qua các số hạng chứa d_0^2, ta thu được:

$$P_x \approx \frac{2ReC_1^* C_2 [A_{0+}^* A_{0-} - (\xi^* A_{0-} + \eta A_{0+}^*) d_0]}{|C_1|^2 [|A_{0+}|^2 - 2Re(A_{0+}^* \xi) d_0] + |C_2|^2 [|A_{0-}|^2 - 2Re(A_{0-}^* \eta) d_0]}$$

$$P_y \approx \frac{2ImC_1^* C_2 [A_{0+}^* A_{0-} - (\xi^* A_{0-} + \eta A_{0+}^*) d_0]}{|C_1|^2 [|A_{0+}|^2 - 2Re(A_{0+}^* \xi) d_0] + |C_2|^2 [|A_{0-}|^2 - 2Re(A_{0-}^* \eta) d_0]}$$

$$P_z \approx \frac{|C_1|^2 [|A_{0+}|^2 - 2Re(A_{0+}^*) d_0] - |C_2|^2 [|A_{0-}|^2 - 2Re(A_{0-}^* - \eta) d_0]}{|C_1|^2 [|A_{0+}|^2 - 2Re(A_{0+}^* \xi) d_0] + |C_2|^2 [|A_{0-}|^2 - 2Re(A_{0-}^* \eta) d_0]}$$

Từ các biểu thức trên ta thấy trạng thái phân cực của nơtron phản xạ cũng phụ thuộc vào độ dày do của lớp chuyển tiếp ở bề mặt gồ ghề. Điều này cho phép ta dựa vào các kết quả thực nghiệm đo véctơ phân cực của nơtron phản xạ để nghiên cứu trạng thái gồ ghề của bề mặt vật chất.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Барышевский В. Г. Препринт ОИЯИ Р4 - 3614, 1967.
2. Нгуен Динь Зунг. Вестник БГЫ, сер. 1, N, 3, с. 6, (1988).
3. Nguyễn Đình Dũng. Tạp chí Khoa học Đại học Tổng hợp Hà Nội, No. 4, tr. 60 (1990).
4. Барышевский В,. Г., Подгорецкий М. И. ЖЭТФ, N. 47, с. 1050, (1964).

Nguyen Dinh Dung

INFLUENCE OF ROUGHNESS OF THE BOUNDARY "VACUUM SUBSTANCE WITH POLARIZED NUCLEUS" ON MIRROR REFLECTION OF POLARISED NEUTRONS

In this article, the influence of roughness of the boundary "Vacuum - substance with polarised nucleus" on mirror reflection of polarised neutrons is shown and discussed.

Khoa Vật lý - ĐHTH Hà Nội