TẠP CHÍ KHOA HỌC No 4 - 1994

CÁC TRƯỜNG TẬP THỂ ĐƯỢC SỬ DỤNG ĐỂ NGHIÊN CỨU SỰ SINH KHỐI LƯỢNG ĐỘNG LỰC TRONG MÔ HÌNH BỐN FECMION

Nguyễn Xuân Hãn
Khoa Vật lý, ĐHTH Hà Nội
Đặng Văn Soa
Khoa cơ bản, Đại học Mỏ Địa chất
Eap Ponna
Khoa vật lý, ĐHTH Phnôm Pênh

§1. MỞ ĐẦU

Sự vi phạm đối xứng động lực trong mô hình, mà nó diễn tả tương tác của bốn fecmion và không chứa các trường vô hướng cơ bản Higgs, đã được chứng minh từ những năm đầu của thập kỷ sáu mươi [1, 2]. Sự sinh khối lượng của các hạt do việc sắp đặt lại chân không vật lý ở đây được gọi là sự sinh khối lượng động lực. Những kết quả thu được [1, 2] đã có vai trò to lớn trong việc xây dựng và phát triển lý thuyết điện từ yếu và lý thuyết tương tác mạnh của vật lý hiện đại về hạt cơ bản, nên mô hình tương tác bốn fecmion ngày càng được nhiều tác giả quan tâm và phát triển [3 - 9].

Mục đích nghiên cứu của thông báo này là sự xây dựng và phát triển một cách hệ thống phương pháp tích phân phiếm hàm với các biến tập thể trong mô hình bốn fecmion để nghiên cứu việc sinh khối lượng động lực của các hạt. Ở mục §2 ta từng bước xây dựng phiếm hàm sinh cho hàm Gren trong các biến tập thể, tìm phương trình cho hàm Green của fecmion ở trường tập thể ngoài, và phương trình chuyển động cho các trường tập thể boson trong phép gần đúng một vòng. Nghiệm không giải tích và không tầm thường của các phương trình chuyển động trên dẫn đến sự vi phạm đối xứng chiral của mô hình, kết quả fecmion không khối lượng ban đầu thu được giá trị khối lượng hữu hạn. Ở mục §3 ta xét lý thuyết nhiễu loạn theo các trường tĩnh của các trường tập thể và phổ khối lượng của boson. Cuối cùng ta hệ thống các kết quả đã nhận được. Ở đây ta dùng hệ đơn vị $\hbar = c = 1$ và metric Pauli.

§2. PHIẾM HÀM SINH VÀ SỰ SINH KHỐI LƯỢNG CỦA FECMION

Chúng ta xét mô hình bốn fecmion tương tác cùng với Lagrangian

$$\mathcal{L}(x) = -\overline{\psi}\gamma_\mu \partial_\mu \psi + \frac{G}{2}\left[(\overline{\psi}\psi)^2 - (\overline{\psi}\gamma_5\psi)^2\right], \tag{1}$$

ở đây G là hằng số tương tác, và có thứ nguyên $[G] = m^{-2}$, γ_μ là ma trận Dirac, $\gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$. Lagrangian (1) bất biến đối với các phép biến đổi chiral: $\psi(x) \to e^{i\alpha\gamma_5}\psi(x)$; $\overline{\psi} \to \overline{\psi}e^{i\alpha\gamma_5}$, trong đó α là hằng số pha tùy ý.

Chúng ta nghiên cứu vấn đề sinh khối lượng của fecmion ở mô hình (1) bằng phương pháp tích phân phiếm hàm cùng với các biến tập thể [10]. Phiếm hàm sinh để cho các hàm Green có dạng

$$Z[\bar{\eta},\eta] = N\int D\bar{\psi}D\psi \exp\left\{i\int d^4x\big(\mathcal{L}(x)+\bar{\psi}\eta+\bar{\eta}\psi\big)\right\}, \tag{2}$$

ở đây $\bar{\eta}$, η là các nguồn c-số ngoài, hằng số N được chọn sao cho: $Z[0,0]=1$.

Sử dụng tích phân theo các trường tập thể vô hướng S và giả vô hướng $\tilde{S}$, chúng ta có thể tuyến tính hóa các số hạng tương tác phi tuyến của các fecmion [10].

$$\exp\left\{\frac{i}{2}G\left[(\bar{\psi}\psi)^2-(\bar{\psi}\gamma_5\psi)^2\right]\right\}=$$
$$=\int D\varphi D\tilde{\varphi}\exp\left\{-\frac{\mu_0^2}{2}(S^2+\tilde{S}^2)+\bar{\psi}g_0(S-i\tilde{S}\gamma_5)\psi\right\}. \tag{3}$$

$G=g_0^2/\mu_0^2$, g_0 là hằng số không có thứ nguyên, còn μ_0 là hằng số có thứ nguyên khối lượng. Thay (3) vào (2), chúng ta nhận được biểu thức dưới đây để cho phiếm hàm sinh:

$$Z[\bar{\eta},\eta,j]=N\int D\Phi D\bar{\psi}D\psi\exp\left\{i\int d^4x\Big[-\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\mu\psi-\frac{\mu_0^2}{2}(S^2+\tilde{S}^2)+\right.$$
$$\left.+g_A\bar{\psi}\Phi_A\gamma_A\psi+\bar{\psi}\eta+\bar{\eta}\psi+j_A\Phi_A\Big]\right\}. \tag{4}$$

Ở công thức (4) ta đã đưa vào các ký hiệu: $D\Phi = DSD\tilde{S}$, $\Phi_A=(S,\tilde{S})$, $g_A=(g_0,g_0)$, $\gamma_A=(I,i\gamma_5)$, $j_A=(j,\tilde{j})$ - là nguồn ngoài của các trường tập thể: $g_A\Phi_A\gamma_A=g_0(S+i\tilde{S}\gamma_5)$.

Thực hiện phép lấy tích phân theo các trường fecmion, chúng ta thu được biểu thức sau:

$$Z[\bar{\eta},\eta,j]=N\int D\Phi\,\det(-\gamma_\mu\partial_\mu+g_A\Phi_A\gamma_A)\cdot\exp\left\{i\int d^4xd^4y\Big[-\frac{\mu_0^2}{2}(S^2+\tilde{S}^2)\delta^4(x-y)+\right.$$
$$\left.+\bar{\eta}(x)G(x,y|\Phi)\eta(y)+j_A\Phi_A\Big]\right\}, \tag{5}$$

trong đó $G(x,y|\Phi)$ là hàm nhân qủa Green của fecmion tại các trường tập thể ngoài $\Phi_A(S,\tilde{S})$, và nó thỏa mãn phương trình:

$$\left[\gamma_\mu\partial_\mu-g_A\Phi_A\gamma_A\right]\hat{G}(x,y|\Phi)=\delta^{(4)}(x-y). \tag{6}$$

Phương trình cho hàm Green của fecmion tự do có dạng

$$\gamma_\mu\partial_\mu\hat{G}_0(x,y)=-\delta^4(x-y). \tag{7}$$

Từ công thức (5), ta nhận thấy: hằng số thứ nguyên μ_0 có mặt trong các số hạng khối lượng của Lagrangian, còn hằng số không thứ nguyên g_0 có vai trò là hằng số tương tác của các trường tập thể $\Phi_A=(S,\tilde{S})$ với trường spinơ. Như vậy, hàm số của các hằng số này, mà lúc đầu chúng gộp chung vào hằng số tương tác duy nhất G của bốn fecmion, được tách ra. Tiếp theo sử dụng các đồng nhất thức sau:

$$\det H=\exp(S_pH),$$
$$S_p\ln\left[-\gamma_\mu\partial_\mu+g_A\phi_A\gamma_A\right]=S_p\ln(-\gamma_\mu\partial_\mu)+S_p\ln\left[1+\hat{G}_0g_A\Phi_A\gamma_A\right],$$

Chúng ta viết phiếm hàm sinh $Z[\overline{\eta},\eta,j]$ dưới dạng

$$
\begin{aligned}
&Z[\overline{\eta},\eta,j] = N\int D\Phi \exp\left\{iS_{eff}[\Phi]\right\}Z[\overline{\eta},\eta|\Phi],\\
&S[\Phi] = \int d^4xd^4y\Big\{-\frac{\mu_0^2}{2}(S^2+\tilde{S}^2) - iS_p\ln(1+\hat{G}_0 g_A\Phi_A\gamma_A) - j_A\Phi_A\Big\}\delta^4(x-y),\\
&Z[\overline{\eta},\eta|\Phi] = \exp\left(i\int d^4xd^4y\overline{\eta}G(x,y|\Phi)\eta(y)\right).
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Trong công thức (8), nếu không kể số hạng tương tác giữa trường tập thể với nguồn ngoài, thì phiếm hàm hiệu dụng $S[\Phi]$ chỉ phụ thuốc vào các biến tập thể Φ_A, còn $Z[\overline{\eta},\eta|\Phi]$ là phiếm hàm sinh các hàm Green của fecmion ở các trường tập thể ngoài.

Phương trình chuyển động để cho các trường tập thể được suy ra từ biến phân của hàm tác dụng: $(\delta S[\Phi]/\delta\Phi_A) = 0$ với $\eta = \overline{\eta} = j_A = 0$.

$$
\begin{aligned}
&\mu_0^2 S(x) = ig_0 S_p\left[\hat{G}(x,y|\phi)\right]_{y\to x},\\
&\mu_0^2 \tilde{S}(x) = ig_0 S_p\left[i\gamma_5\hat{G}(x,y|\phi)\right]_{y\to x},
\end{aligned}
\tag{9}
$$

ở đây $\hat{G}(x,y|\phi)$ thỏa mãn phương trình (6).

Trong phép gần đúng một vòng, khi các trường tập thể Φ_A là không đổi ($\Phi_A = \text{const}$), thì các phương trình (6) và (9) trong biểu diễn xung lượng có dạng:

$$
\begin{aligned}
&\hat{G}(p) = \frac{-i\hat{p} - g_A\phi_A\gamma_A}{p^2+m^2},\\
&S = -\frac{ig_0^2}{4\pi^2\mu_0^2}\int\frac{d^4pS}{p^2+m^2}\ ;\quad \tilde{S} = -\frac{ig_0^2}{4\pi^4\mu_0^2}\int\frac{d^4p\tilde{S}}{p^2+m^2}.
\end{aligned}
\tag{10}
$$

ở đây $\hat{p} = p_\mu\gamma_\mu$, $m^2 = g_0^2(S^2+\tilde{S}^2)$.

Hệ phương trình (10) có thể cho hoặc cho các nghiệm tầm thường $\Phi_A = 0$, hoặc các nghiệm không tầm thường $\Phi_A \neq 0$. Các nghiệm tầm thường tương ứng với trường chân không của hệ là bền, và không có sự vi phạm đối xứng chiral, fecmion vẫn là hạt không khối lượng. Ta xét trường hợp tồn tại các nghiệm không giải tích và không tầm thường $\Phi_{0A} \neq 0$ với điều kiện tồn tại $\mu^2\Lambda^2 > 4\pi^2$, trong đó Λ^2 là xung lượng cắt $p^2 = \Lambda^2$ [1, 2]. Khi đại lượng $\mu_0^2\Lambda^2$ tăng lên và vượt quá giá trị ngưỡng $4\pi^2$, thì fecmion sẽ nhận giá trị khối lượng $m_0^2 = g_0^2(S_0^2+\tilde{S}_0^2)$.

Hiện tượng tương tự cũng xảy ra trong lý thuyết siêu dẫn [1, 2, 11, 12] các phương trình (9) có vai trò tương tự như các phương trình cho các khe năng lượng nghiệm của chúng cũng có dạng tầm thường và dạng không tầm thường. Các nghiệm tầm thường không đưa đến các phép chuyển pha, không có trạng thái siêu dẫn. Các nghiệm không tầm thường tương ứng với trạng thái siêu dẫn và đưa đến các phép chuyển pha. Kết quả các fecmion không có khối lượng ban đầu sẽ trở thành các fecmion có khối lượng.

Trong bài toán của chúng ta các nghiệm không giải tích và không tầm thường của phương trình (10) ở phép gần đúng một vòng đưa đến giá trị cực tiểu của thế hiệu dụng $\mathcal{U}[\phi]$, mà thế này xác định giá trị mật độ năng lượng tuyệt đối của chân không. Sử dụng định nghĩa $S[\phi] = -\int \mathcal{U}[\phi]d^4x$ trong các trường không đổi, từ công thức (8) ta có

$$
\mathcal{U}[\phi] = \frac{\mu_0^2}{2}(S_0+\tilde{S}_0^2) + \frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4p\ln\det\left[1+\hat{G}_0 g_A\Phi_A\gamma_A\right]. \tag{11}
$$

Lưu ý $\hat{G} = i\hat{p}/p^2$, $\det[\hat{G}_0 g_A \Phi_A \gamma_A] = \frac{1}{p^2}\det[\hat{p} g_A \Phi_A \gamma_A] = m^2/p^2$, và thay các giá trị đó vào công thức (11) , sau những tính toán cần thiết ta nhận được.

$$U_{\text{bổ chính}}[\Phi] = \frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4p \ln\Big(1 + \frac{m^2}{p^2}\Big) < 0 \tag{12}$$

Thực hiện phép quay Wick $d^4p = id^3pdp_0$, ta thấy $U_{\text{bổ chính}}$ có giá trị âm, có nghĩa làm giảm năng lượng của chân không. Như vậy các Φ_{0A} nghiệm không tầm thường đã thực hiện giá trị cực tiểu của thế hiệu của các trường boson tập thể.

§3. LÝ THUYẾT NHIỄU LOẠN VÀ PHỔ KHỐI LƯỢNG CỦA BOSON

Khai triển các trường Φ_A trong công thức (8) quanh các nghiệm tĩnh $\Phi_A = \Phi_{0A} + \Phi'_A$ trong đó Φ_{0A} là nghiệm của các phương trình (10), chúng ta có thể phát biểu lý thuyết nhiễu loạn cải biến.

Sử dụng phép khai triển

$$\begin{aligned} S[\Phi] &= S[\Phi_0 + \Phi'] = S[\Phi_0] + \int d^4x \Phi'(x)\Big[\frac{\delta S[\phi]}{\delta\phi(x)}\Big]_{\Phi=\Phi_0} + \\ &+ \frac{1}{2}\int d^4x d^4y \Phi'(x)\Big[\frac{\delta^2 S[\phi]}{\delta\Phi(x)\delta\Phi(y)}\Big]\Phi'(y) + \cdots = \\ &= S[\Phi_0] + \frac{1}{2}\int d^4x d^4y \Phi'_A(x)\Big[\frac{\delta^" S[\phi]}{\delta\Phi_A(x)\delta\Phi(y)}\Big]\Big|_{\Phi=\Phi_0}\Phi'_B(y) + \ldots \end{aligned}$$

ta có thể viết

$$\begin{aligned} &S[\Phi'] = S_{free}[\Phi'] + S_{int.}[\Phi'], \\ &S_{int}[\phi'] = \sum_{n=3}^{\infty} L_n, \quad L_n = \frac{1}{n} S_p[\hat{G}_0 g\Phi']^n, \\ &S_{free}[\phi'] = -\frac{1}{2}\int d^4x \Big\{\mu_0^2(S'^2 + \tilde{S}'^2) + L_2\Big\}, \end{aligned} \tag{13}$$

ở đây Φ'_A là các trường vô hướng và giả vô hướng thực sự, đồng thời cũng là những kích thích (các thăng giáng lượng tử) từ chân không. Số hạng L_n là các vòng kín fecmion cùng với việc sinh và hủy các trường tập thể Boson Φ'_A. Các quá trình vòng kín được mô tả bởi L_2 ta đã gộp vào tác dụng tự do $S_{free}[\Phi']$.

Tác dụng tự do $S_{free}[\phi]$ để cho các trường boson tập thể có thể viết lại dưới dạng

$$S_{free}[\Phi] = -\frac{1}{2}\int d^4x d^4y \Phi_A(x)\Delta^{-1}_{AB}(x,y)\Phi_B(y), \quad \text{đặt } \Phi = \Phi'. \tag{14}$$

Hàm truyền để cho các trường tập thể boson Φ_A trong biểu diễn xung lượng được xác định bằng công thức sau:

$$\Delta^{-1}_{AB}(p^2) = \delta_{AB} M_B - ig_A g_B S_p \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4}\hat{G}_0(p+q)\gamma_A \hat{G}_0(q)\gamma_B, \tag{15}$$

ở đây $M_B = (\mu_0.\mu_0)$, và sự lặp lại chỉ số A, B không có nghĩa là lấy tổng. Thay (10) vào (15), sau đó tính vết chúng ta có:

$$\begin{aligned}
\Delta^{-1}_{SS}(p^2) &= \mu_0^2 - \frac{ig_0^2}{4\pi^4}\int d^4q \frac{\left[g_0^2(S_0^2 - \tilde{S}_0^2) + (p-q)q\right]}{\left[(q-p)^2 + m_0^2\right]\left[q^2 + m_0^2\right]}, \\
\Delta^{-1}_{\tilde{S}\tilde{S}}(p^2) &= \mu_0^2 - \frac{ig_0^2}{4\pi^4}\int d^4q \frac{\left[g_0^2(\tilde{S}_0^2 - S_0^2) + (p-q)q\right]}{\left[(q-p)^2 + m_0^2\right]\left[q^2 + m_0^2\right]}, \qquad (16) \\
\Delta^{-1}_{S\tilde{S}}(p^2) &= \Delta^{-1}_{\tilde{S}S}(p^2) = -\frac{ig_0^2}{4\pi^4}\int d^4q \frac{2g_0^2 S_0\tilde{S}_0}{\left[(q-p)^2 + m_0^2\right]\left[q^2 + m_0^2\right]},
\end{aligned}$$

Tính các tích phân (16) và kể thêm các phương trình (10) ta tìm được

$$\begin{aligned}
\Delta^{-1}_{SS}(p^2) &= (p^2 + 4g_0^2 S_0^2)\Big(Z_3^{-1} - \frac{g_0^2}{8\pi^2} I(p)\Big), \\
\Delta^{-1}_{\tilde{S}\tilde{S}}(p^2) &= (p^2 + 4g_0^2 \tilde{S}_0^2)\Big(Z_3^{-1} - \frac{g_0^2}{8\pi^2} I(p)\Big), \\
\Delta^{-1}_{S\tilde{S}}(p^2) &= \Delta^{-1}_{\tilde{S}S}(p^2) = 4g_0^2 S_0\tilde{S}_0\Big(Z_3^{-1} - \frac{g_0^2}{8\pi^2} I(p)\Big),
\end{aligned}$$

$$Z_3^{-1} = \frac{g_0^2}{8\pi^2}\Big(\ln\Delta^2_{m_0^2} - 1\Big), \quad I(p) = \int_0^1 \ln\Big[1 + \frac{p^2}{m_0^2}x(1-x)\Big]dx. \qquad (17)$$

Đưa vào các đại lượng đã chuẩn hóa

$$\begin{aligned}
&\Delta^R_{SS}(p) = Z_3^{-1}\Delta_{SS}(p); \quad \Delta^R_{\tilde{S}\tilde{S}}(p) = Z_3^{-1}\Delta_{\tilde{S}\tilde{S}}(p), \quad \Delta^R_{S\tilde{S}}(p) = \Delta_{\tilde{S}S}(p), \\
&(g_0^R)^2 = g_0^2 Z_3, \quad (S_0^R)^2 = S_0^2 Z_3^{-1}, \quad (\tilde{S}_0^R)^2 = \tilde{S}_0 Z_3^{-1}, \\
&(S^R)^2 = S^2 Z_3, \quad (\tilde{S}^R)^2 = \tilde{S}^2 Z_3.
\end{aligned}$$

Z_3 là hằng số chuẩn hóa trường tập thể. Từ (17) suy ra

$$\Delta^{-1}_{SS}(-4g_0^2 S_0^2) = 0, \quad \Delta^{-1}_{\tilde{S}\tilde{S}}(-4g_0^2 \tilde{S}_0^2) = 0. \qquad (18)$$

Sử dụng các công thức (18), ta tìm được các khối lượng của các trường tập thể.

$$m_S^2 = 4g_0^2 S_0^2, \quad m_{\tilde{S}}^2 = 4g_0^2 \tilde{S}_0^2, \quad 4m_0^2 = m_S^2 + m_{\tilde{S}}^2, \qquad (19)$$

m_0 là khối lượng của fecmion. Tóm lại, sử dụng các hệ thức (17) và (18) từ (15) và với độ chính xác tới các số hạng bậc $g_0^2/4\pi^2$, mà chúng xác định các bổ chính, chúng ta tìm được Lagargian song tuyến tính với các trường tập thể.

$$L^{(2)} = -\frac{1}{2}\Big[(\partial_\mu S)^2 + (\partial_\mu \tilde{S})^2 + 4g_0^2(S_0 S + \tilde{S}_0\tilde{S})^2. \qquad (20)$$

Lưu ý, ta có thể chọn nghiệm của các phương trình (10) $\tilde{S}_0 = 0$, $S_0 \neq 0$. Cách chọn này có thể tương ứng với một chuẩn xác định nào đó: Trong trường hợp như vậy từ (20) có thể coi với hạt không khối lượng (Gold stone), còn trường S sẽ mô tả hạt vô hướng với khối lượng $2m_0$ (tương tự như hạt Higgs).

Kết luận. Trong khuôn khổ của phương pháp tích phân phiếm hàm với các biến tập thể ta đã minh họa và giải thích sự sinh khối lượng của các hạt trong mô hình bốn fecmion không chứa các hạt vô hướng cơ bản ban đầu, đã phát biểu lý thuyết nhiễu loạn cải biến có khả năng tái chuẩn hóa được của nó. Tuy nhiên mô hình đã xét ở trên còn đơn giản, việc vận dụng các kết quả của phương pháp luận này vào lý thuyết cụ thể diễn tả các hạt thực trên thực nghiệm sẽ dành cho việc nghiên cứu sắp tới.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nambu Y., Jona-Lasion G., Phys. Rev. 122 (1961) p. 345.
2. Vaks V. G., Larkin A. I., JETP, 40 (1961) p. 282.
3. Eguchi T., Phys. Rev., D14 (1976), p. 2765.
4. Kikkawa K., Progr. Theor. Phys. 56 (1976) p. 947.
5. Tamvakis K., Guralnik G. S., Phys. Rev. D18 (1978) p. 4551.
6. Furlan P., Raczka R., Ann. of Phys. 149 (1983) p. 296.
7. Bardeen W. A., Love S. T., Miransky V. A., Phys. Rev., D42 (1990) p. 351.
8. Okopinska A., Phys. Rev. D38 (1988) p. 2507.
9. Kikukawa Y. et al., Phys. Lett. B234 (1990) p. 497.
10. Pervuskin V. N., Elem. Chastits Atom. Yad. 10 (1979) p. 1114.
11. Bardeen J. Cooper L. N., Schrieffer J. R., Phys. Rev. 106 (1957) p. 162.
12. Bogoliubov N. N., JETP 34 (1958) p. 41; p. 51.
13. Jona - Lasion G.,Nuovo Cim. 34 (196) p. 1790.
14. Coleman S., Weinberg E., Phys. Rev. D7 (1973) p. 1888.

COLLECTIVE FIELDS FOR THE STUDY OF THE DYNAMICAL MASS GENERATION IN A FOUR-FERMION MODEL

Nguyen Suan Han, Dang Van Soa, Eap Ponna

Faculty of Physics, Hanoi University

The functinnal integration method in collective fields is systematically devoloped for studying a four-fermion model. Dynamical mechanism of mass generation of particles is considered on the basic of dynamical symmetry breakdown, and the mass spectrum of particles are found in this model.