TẠP CHÍ KHOA HỌC No 7 - 1994

ĐẶC TRƯNG CỦA DÀN Sub (L)

Nguyễn Đức Đạt
Khoa Toán - Cơ - Tin học, ĐHTH Hà Nội

1 MỞ ĐẦU

Năm 1978, trong [1] G. Grätzer đã nêu bài toán: "Tìm đặc trưng của dàn Sub (L)". Cho tới ıy đây vẫn đang còn là một vấn đề mở.

Trong bài này chúng tôi đề xuất đặc trưng của Sub (L) như nội dung của định lý 3.4 (định lý ính). Theo định lý, một dàn nguyên tử S với tập nguyên tử A thỏa mãn các điều kiện đã cho ì trên A có cấu trúc dàn sao cho $S \simeq$ Sub (A).

Trong §2 trình bày những tính chất quan trọng 2.1 - 2.4 rút ra từ dàn Sub (L), trong §3 chứng inh các tính chất này là đặc trưng của Sub (L) (nội dung của định lý chính). Cuối cùng trong là các thí dụ áp dụng.

§2. MỘT SỐ TÍNH CHẤT CỦA DÀN Sub (L)

a) Một số khái niệm về dàn nguyên tử

1. **Định nghĩa.** Dàn S được gọi là dàn nguyên tử nếu S là một dàn đầy đủ, có tập nguyên A sao cho $\forall s \in S$, $s = \bigvee_{i \in I} a_i$ $(a_i \in A,\ i \in I)$.

2. Cho $a \in S$ ta ký hiệu $G_s = \{a_i | a_i \in A,\ a_i \leq s\}$, đó là tập con tối đại trong A sao cho $G_s = s$, ta nói G_s là tập $\bigvee$-sinh của phần tử s.

3. Trên tập A luôn có quan hệ ρ được định nghĩa như sau:

$$(a, b) \in \rho \text{ nếu } \begin{cases} a = b \text{ hoặc} \\ \langle a, b; 0, avb \rangle \text{ là hình thoi đơn vị.} \end{cases}$$

b) Xét dàn Sub (L) với L bất kỳ

Dễ dàng nhận thấy Sub (L) là dàn nguyên tử với tập nguyên tử $L_1 = \{\dot{a} | a \in L\}$, ở đây $= \{a\}$ là dàn con một phần tử. Vậy trên L_1 có quan hệ ρ và $\forall K \in$ Sub(L) $\exists a_K$ là tập $\bigvee$-sinh a phần tử K.

Cho $(\dot{a}, \dot{b}) \in \rho$, ta định nghĩa:

$$\langle \dot{a}, \dot{b} \rangle = \begin{cases} \{\dot{c} | a \leq c \leq b\} & \text{nếu } a \leq b, \\ \{\dot{c} | a \geq c \geq b\} & \text{nếu } a \geq b. \end{cases}$$

Sau đây ta sẽ chứng minh một số tính chất đối với tập L_1, quan hệ ρ và các tập con kiểu G_K, $\dot{b}\rangle$...

Tính chất 2.1. $(\dot{a},\dot{b}) \in \rho$ thì $\dot{a},\ \dot{b} \in \langle \dot{a},\dot{b}\rangle$ và nếu $\dot{c} \in \langle \dot{a},\dot{b}\rangle$ thì $(\dot{a},\dot{c}),\ (\dot{c},\dot{b}) \in \rho$ và $\langle \dot{a},\dot{c}\rangle \cap \langle \dot{c},\dot{b}\rangle$ $\{\dot{c}\}$.

C h ứ n g m i n h : không mất tính tổng quát có thể giả thiết $a \le b$. Từ khoảng $[a,b]$, $[a,c]$ $[c,b]$ trong dàn L dễ dàng suy ra đ. p. c. m.

Tính chất 2.2. $\langle \dot{a},\dot{b}\rangle = \langle \dot{a}_1,\dot{b}_1\rangle$ thì $\{\dot{a},\dot{b}\} = \{\dot{a}_1,\dot{b}_1\}$; $(\dot{c},\dot{d}) \in \rho$ và $\dot{c},\ \dot{d} \in \langle \dot{a},\dot{b}\rangle$ thì $\langle \dot{c},\dot{d}\rangle \subseteq \langle \dot{a},\dot{b}\rangle$

C h ứ n g m i n h : Dễ dàng suy ra.

Tính chất 2.3. $\dot{a},\ \dot{b},\ \dot{c}$ khác nhau từng đôi một và $(\dot{a},\dot{b}),\ (\dot{a},\dot{c}),\ \dot{b},\dot{c}) \in \rho$ thì xảy ra duy nhất một trong ba trường hợp: $a \in \langle \dot{b},\dot{c}\rangle$, $\dot{b} \in \langle \dot{a},\dot{c}\rangle$, $\dot{c} \in \langle \dot{a},\dot{b}\rangle$.

C h ứ n g m i n h : Các phần tử $a,\ b,\ c$ so sánh với nhau từng đôi một và không mất tính tổng quát giả sử $a < b$. Vậy chỉ có thể xảy ra một trong ba trường hợp: $a < b < c$ tức $\dot{b} \in \langle \dot{b},\dot{c}\rangle$ $a < c < b$ tức $\dot{c} \in \langle \dot{a},\dot{b}\rangle$; $c < a < b$ tức $\dot{a} \in \langle \dot{c},\dot{b}\rangle$.

Tính chất 2.4. $(\dot{a},\dot{b}),\ (\dot{c},\dot{d}) \in \rho$ thì $\exists \dot{e},\dot{f}$ sao cho $\dot{a},\ \dot{b},\ \dot{c},\ \dot{d} \in \langle \dot{e},\dot{f}\rangle$ và nếu $\dot{a},\ \dot{b},\ \dot{c},\ \dot{d} \in \langle \dot{e}_1,\dot{f}_1\rangle$ thì $\langle \dot{e},\dot{f}\rangle \subseteq \langle \dot{e}_1,\dot{f}_1\rangle$. Hơn nữa: (2.4a) Nếu $\dot{a},\ \dot{b},\ \dot{c},\ \dot{d} \in G_K$ $(\exists K \in \mathrm{Sub}(L))$ thì $\dot{e},\ \dot{f} \in G_K$. (2.4b) Nếu $K \subseteq L_1$ thỏa mãn tính chất $\dot{a},\ \dot{b},\ \dot{c},\ \dot{d} \in K \Longrightarrow \dot{e},\ \dot{f} \in K$ thì $G_{\bigvee K} = K$.

C h ứ n g m i n h : 1) Không mất tính tổng quát, giả thiết $a \le b$ và $c \le d$. Đặt $e = a \wedge c$, $f = b \vee d$, dễ dàng suy ra $\langle \dot{e},\dot{f}\rangle$ là tập cần tìm.

2) Vì K là dàn con của L nên suy ra $e, f \in K$, do đó $\dot{a}, \dot{f} \in G_K$.

3) Đặt $H = \{a | \dot{a} \in K\}$, suy ra H là dàn con của L và do đó $G_H = K$ và $\bigvee K = H$, đ.p.c.m

Các tính chất 2.1 $\longrightarrow$ 2.4 cho ta sự gợi ý về đặc trưng của dàn $\mathrm{Sub}(L)$. Trong §3 dưới đây ta sẽ xuất phát từ dàn nguyên tử S với tập nguyên tử A thoả mãn các tính chất tương tự 2.1 $\longrightarrow$ 2.4. Ta sẽ chứng minh trên A có cấu trúc dàn sao cho $S \simeq \mathrm{Sub}(A)$.

§3. KẾT QUẢ CHÍNH

Cho dàn nguyên tử S, tập các nguyên tử là $A = \{a, b, c, \dots\}$. Trên A có quan hệ ρ và $\forall s \in$ có tập $\bigvee$-sinh là G_s. Giả thiết S thỏa mãn các điều kiện sau:

(1) $(a,b) \in \rho$, $\exists \langle a,b\rangle \subseteq A$ sao cho $a, b \in \langle a,b\rangle$ và nếu $c \in \langle a,b\rangle$ thì (a,c), $(c,b) \in \rho$ $\langle (a,c)\rangle \cap \langle c,b\rangle = \{c\}$.

(2) $\langle a,b\rangle = \langle a_1,b_1\rangle$ thì $\{a,b\} = \{a_1,b_1\}$; $(c,d) \in \rho$ và $c, d \in \langle a,b\rangle$ thì $\langle c,d\rangle \subseteq \langle a,b\rangle$.

(3) $a,\ b,\ c$ khác nhau từng đôi một và $(a,b),\ (a,c),\ (b,c) \in \rho$ thì xảy ra duy nhất một trong ba trường hợp: $a \in \langle b,c\rangle$, $b \in \langle a,c\rangle$, $c \in \langle a,b\rangle$.

(4) $(a,b),\ (c,d) \in \rho\ \exists e, f$ sao cho $a,\ b,\ c,\ d \in \langle e,f\rangle$ và nếu $a,\ b,\ c,\ d \in \langle e_1,f_1\rangle$ thì $\langle e,f\rangle \subseteq \langle e_1,f_1\rangle$ Hơn nữa:

(4a) Nếu $a,\ b,\ c,\ d \in G_s$ $(\exists s \in S)$ thì $e, f \in G_s$.

(4b) Nếu $B \subseteq A$ thỏa mãn tính chất $a,\ b,\ c,\ d \in B \Longrightarrow e, f \in B$ thì $G_{\bigvee B} = B$.

Ta chứng minh một số tính chất suy ra từ (1), (2), (3).

Tính chất (1). $(a,b) \in \rho$ thì $\langle a,b\rangle = \Big\{c : (a,c), (c,b) \in \rho$ và $\langle a,c\rangle \cap \langle c,b\rangle = \{c\}\Big\}$

C h ứ n g m i n h : Giả thiết $a \ne b$, chỉ cần chứng minh c thuộc vế phải thì suy ra $c \in \langle a,b\rangle$ Có thể giả thiết $c \ne a, b$, theo (3): $a \in \langle b,c\rangle$ hoặc $b \in \langle a,c\rangle$ hoặc $c \in \langle a,b\rangle$. Nếu $a \in \langle b,c\rangle$, theo (2) có $\langle a,c\rangle \subseteq \langle b,c\rangle$ suy ra $\langle a,c\rangle = \langle a,c\rangle \cap \langle b,c\rangle = \{c\}$ và do đó $a = c$, vô lý. Tương tự, nếu $b \in \langle a,c\rangle$ thì $\langle b,c\rangle \subseteq \langle a,c\rangle$ suy ra $b = c$ vô lý. Vậy chỉ có thể là $c \in \langle a,b\rangle$.

Tính chất (II). $\langle c,d\rangle \subseteq \langle a,b\rangle$ thì $\langle a,c\rangle \subseteq \langle a,d\rangle$ hoặc $\langle a,d\rangle \subseteq \langle a,c\rangle$.

Chứng minh: không mất tính tổng quát, giả sử $c \neq d$, $a \neq c, d$ và $b \neq c, d$.

Xét a, c, d theo (3): $a \in \langle c,d\rangle$ hoặc $c \in \langle a,d\rangle$ hoặc $d \in \langle a,c\rangle$.

Giả sử $a \in \langle c,d\rangle$, áp dụng (3) cho c, b, d ta có: $b \in \langle c,d\rangle$ hoặc $d \in \langle b,c\rangle$ hoặc $c \in \langle b,d\rangle$. Có ể chứng minh được cả ba khả năng này đều không xẩy ra, do đó giả thiết $a \in \langle c,d\rangle$ là vô lý. ìy chỉ có thể là $c \in \langle a,d\rangle$ hoặc $d \in \langle a,c\rangle$ tức là $\langle a,c\rangle \subseteq \langle a,d\rangle$ hoặc $\langle a,d\rangle \subseteq \langle a,c\rangle$.

Tính chất (III). $\langle c,d\rangle \subseteq \langle a,b\rangle$ thì $\langle a,c\rangle \subseteq \langle a,d\rangle \iff \langle b,d\rangle \subseteq \langle b,c\rangle$

Chứng minh: dễ dàng suy ra.

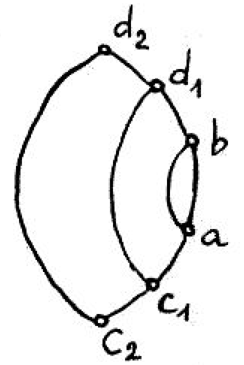
Tính chất (IV). Cho $\langle a,b\rangle \subseteq \langle c_1,d_1\rangle \subseteq \langle a_2,d_2\rangle$ và $\langle c_2,c_1\rangle \subseteq \langle c_2,d_1\rangle$ thì $\langle c_1,a\rangle \subseteq \langle c_1,b\rangle \iff$ $\langle \cdot, a\rangle \subseteq \langle a_2,b\rangle$.

Chứng minh: Có thể giả thiết $a \neq b$ và $c_2 \notin \langle c_1,d_1\rangle$, $c_1 \notin \langle a,b\rangle$. Ta biểu diễn các tập cho như H.1.

Áp dụng (III) cho $\langle c_1,d_1\rangle \subseteq \langle a_2,d_2\rangle$ ta có $\langle d_2,d_1\rangle \subseteq \langle d_2,c_1\rangle$. Có ể chứng minh

$$c_1 \in \langle c_2,a\rangle \text{ và } c_1 \in \langle c_2,b\rangle \qquad (\star)$$

Áp dụng $(\star)$ ta chứng minh $\langle c_1,a\rangle \subseteq \langle c_1,b\rangle \iff \langle c_2,a\rangle \subseteq \langle a_2,b\rangle$. đây chỉ chứng minh điều kiện đủ. Xét c_1, a, b, ở đây $c_1 \notin \langle a,b\rangle$. eo (3) : $a \in \langle c_1,b\rangle$ hoặc $b \in \langle c_1,a\rangle$. Nếu $b \in \langle c_1,a\rangle$ thì từ $(\star)$ suy $b \in \langle c_2,a\rangle$. Vậy $\langle c_2,b\rangle \subseteq \langle c_2,a\rangle$ và từ giả thiết điều kiện đủ suy ra $= b$, vô lý. Vậy $a \in \langle c_1,b\rangle$ và do đó $\langle c_1,a\rangle \subseteq \langle c_1,b\rangle$.



Hình 1

Sau đây, từ các tính chất (I) $\rightarrow$ (IV) và điều kiện (4) trừ (4a), (4b) chúng ta sẽ chứng minh t số bổ đề để áp dụng trong phép chứng minh định lý chính.

đề 3.1. Cho $(a,b) \in \rho$ thì trên $\langle a,b\rangle$ có quan hệ thứ tự α sao cho : $x,y \in \langle a,b\rangle$, $(x,y) \in \rho \iff$ y hoặc $y\alpha x$.

Chứng minh: Ta xây dựng quan hệ α trên $\langle a,b\rangle$ như sau:

a) Đặt $a\alpha b$.

b) $x,y \in \langle a,b\rangle$, $(x,y) \in \rho$ thì $x\alpha y$ nếu $\langle a,x\rangle \subseteq \langle a,y\rangle$.

Dễ dàng suy ra các tính chất phản xạ, phản đối xứng và bắc cầu của α. Cho $x,y \in \langle a,b\rangle$ và $y) \in \rho$, theo (III) và theo cách xây dựng α ta có $x\alpha y$ hoặc $y\alpha x$. Bổ đề 3.1 đã được chứng minh.

í ý 1. Để chỉ $\langle a,b\rangle$ với α là thứ tự trên nó, ta viết $(\langle a,b\rangle, \alpha)$. Ở đây quy ước $a\alpha b$ (a đứng ớc b).

đề 3.2. Cho $(\langle a,b\rangle, \alpha)$ và cho $\langle a,b\rangle \subseteq \langle a_1,b_1\rangle$ thì trên $\langle a_1,b_1\rangle$ có thứ tự α_1 sao cho $\alpha_1\big|_{\langle a,b\rangle} = \alpha$.

Chứng minh: không mất tính tổng quát, giả sử $\langle a_1,a\rangle \subseteq \langle a_1,b\rangle$. Ta định nghĩa quan α_1 trên $\langle a_1,b_1\rangle$ như sau:

a) Đặt $a_1\alpha_1 b_1$

b) $x,y \in \langle a_1,b_1\rangle$, $(x,y) \in \rho$ thì $x\alpha_1 y$ nếu $\langle a_1,x\rangle \subseteq \langle a_1,y\rangle$.

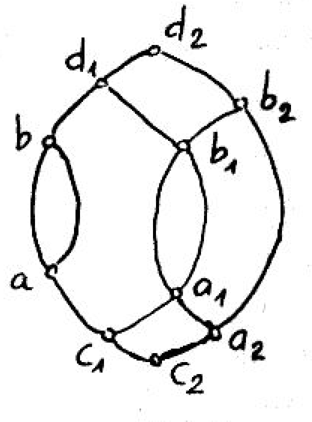
Dễ dàng suy ra α_1 là một thứ tự. Xét $(c,d) \in \rho$ và $c,d \in \langle a,b\rangle$, áp dụng (IV) cho $\langle c,d\rangle \subseteq$ $\rangle \subseteq \langle a_1,b_1\rangle$ và giả sử $c\alpha d$ ta có: $c\alpha d \iff \langle a,c\rangle \subseteq \langle a,d\rangle \iff \langle a_1,c\rangle \subseteq \langle a_1,d\rangle \iff c\alpha_1 d$. Vậy $_{a,b\rangle} = \alpha$. Bổ đề đã được chứng minh.

Chú ý 2. Cho $(\langle a,b\rangle,\alpha)$; đối với $\langle c,d\rangle$ bất kỳ, từ (4) ta có e, f sao cho a, b, c, $d \in \langle e,f\rangle$. Theo bổ đề 3.2 trên $\langle e,f\rangle$ có thứ tự α_1 sao cho $\alpha_1|_{\langle a,b\rangle} = \alpha$. Đặt $\alpha_0 = \alpha_1|_{\langle c,d\rangle}$, ta nói α_0 là thứ tự trên $\langle c,d\rangle$ cảm sinh bởi α.

Bổ đề 3.3. Cho $(\langle a,b\rangle,\alpha)$ và $\langle a_1,b_1\rangle \subseteq \langle a_2,b_2\rangle$; Nếu α_1, α_2 là các thứ tự lần lượt trên $\langle a_1,b_1\rangle$, $\langle a_2,b_2\rangle$ cảm sinh bởi α thì $\alpha_2|_{\langle a_1,b_1\rangle} = \alpha_1$.

Chứng minh: Theo (4) có $\langle c_1,d_1\rangle$ chứa a, b, a_1, b_1 và $\langle c_2,d_2\rangle$ chứa a, b, a_2, b_2. Hiển nhiên $\langle c_1,d_1\rangle \subseteq \langle c_2,d_2\rangle$ và có thể giả thiết $\langle c_2,c_1\rangle \subseteq \langle c_2,d_1\rangle$ H. 2.

Giả sử α_1' là thứ tự trên $\langle c_1,d_1\rangle$ sao cho $\alpha_1'|_{\langle a_1,b_1\rangle} = \alpha_1$ và α_2' là thứ tự trên $\langle c_2,d_2\rangle$ sao cho $\alpha_2'|_{\langle a_2,b_2\rangle} = \alpha_2$. Áp dụng (IV) cho $\langle a,b\rangle \subseteq \langle c_1,d_1\rangle \subseteq \langle c_2,d_2\rangle$ với $\langle c_2,c_1\rangle \subseteq \langle c_2,d_1\rangle$ ta có $\langle c_1,a\rangle \subseteq \langle c_1,b\rangle \Longleftrightarrow \langle c_2,a\rangle \subseteq \langle c_2,b\rangle$. Vậy $c_1\alpha_1'd_1 \Longleftrightarrow c_2\alpha_2'd_2$ và do đó $\alpha_2'|_{\langle c,d_1\rangle} = \alpha_1$. Vì $\langle a_1,b_1\rangle \subseteq \langle c_1,d_1\rangle$ nên $\alpha_2|_{\langle a_1,b_1\rangle} = \alpha_1$. Bổ đề 3. đã được chứng minh.



Hình 2

Định lý 3.4. Cho dàn nguyên tử S với tập các nguyên tử A thỏa mãn các điều kiện (1), (2), (3), (4). Khi đó trên A có cấu trúc dàn sao cho $S \simeq \mathrm{Sub}(A)$.

Chứng minh: Chúng ta sẽ áp dụng các bổ đề 3.1, 3.2, 3.3 để xây dựng trên A thứ tự $\leq$ và chứng minh A là một dàn sau đó áp dụng (4a), (4b) để thiết lập đẳng cấu dàn: $S \longrightarrow \mathrm{Sub}(A)$.

1) Ta xây dựng thứ tự $\leq$ trên A như sau:

a) Lấy $(a,b) \in \rho$ bất kỳ nhưng cố định, định nghĩa thứ tự α trên $\langle a,b\rangle$ như bổ đề 3.1.

b) Cho $(c,d) \in \rho$ bất kỳ, định nghĩa $c \leq d$ nếu $c\alpha'd$ với α' là thứ tự trên $\langle c,d\rangle$ cảm sinh bởi α, theo bổ đề 3.2 và chú ý 2.

c) Thứ tự $\leq$ được định nghĩa đúng đắn do bổ đề 3.3.

2) Xét $a,b \in A$, vì (a,a), $(b,b) \in \rho$ nên theo (4) có e, f sao cho $a,b \in \langle e,f\rangle$. Không mất tính tổng quát, giả sử $e \leq f$. Định nghĩa $a \wedge b = e$, $a \vee b = f$, dễ dàng suy ra $\wedge$, $\vee$ là các phép toán dàn.

3) Ta thiết lập đẳng cấu dàn $\varphi : S \longrightarrow \mathrm{Sub}(A)$.

Theo (4a), $\forall a \subset S$, G_s là dàn con của A. Mặt khác, nếu $H \subseteq A$ là một dàn con bất kỳ thì đặt $S = VH$ (lấy trong dàn S), theo (4b) $G_s = H$. Vậy phép ứng $\varphi(s) = G_s$ là một song ánh $S \longrightarrow \mathrm{Sub}(A)$. Dễ dàng chứng minh được φ là đẳng cấu dàn.

§4. Thí dụ

Trước hết, từ (4) của định lý 3.4 ta có nhận xét:

(a) Nếu $(a,b) \in \rho$ và $a \neq b$ thì $B = \{a,b\}$ thỏa mãn (4b) và $|G_{a\vee b}| = 2$.

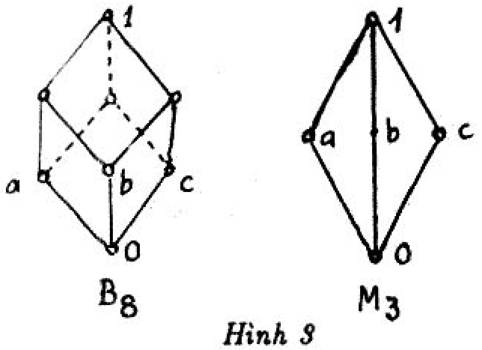
(b) Nếu $(a,b) \notin \rho$ thì do (a,a), $(b.b) \in \rho$ nên $\exists e,f$ sao cho $a,b \in \langle e,f\rangle$. Tập $B = \{a,b,e,f\}$ thoả mãn (4b) và $G_{a\vee b} = B$, $|G_{a\vee b}| = 4$.

Thí dụ 1. Xét dàn B_8 (hình lập phương). Ở đây $A = \{a,b,c\}$ và $\rho = A \times A$. Ta có thể định nghĩa $\langle a,c\rangle = \{a,b,c\}$, $\langle a,b\rangle = \{a,b\}$, $\langle b,c\rangle = \{b.c\}$ và thứ tự $\leq$ sao cho $a \leq b \leq c$. Vậy có thể có $B_8 \simeq \mathrm{Sub}(A)$ với A là dàn xiclic.

Tuy nhiên, đối với dàn M_3 cũng có $\rho = A \times A$ nhưng ở đây $G_{abv} = A$ tức $|G_{abv}| = 3$ trái với

. Vậy M_3 không thỏa mãn (4b).

Thí dụ 2. Cho tập $X \neq \emptyset$, xét dàn Σ tất cả các tôpô n X (xem [2]). Đây là dàn nguyên tử, các nguyên tử là tôpô có dạng $\{\emptyset, A, X\}$ với $\emptyset \neq A \neq X$.



Hình 3

a) Nếu $|X| > 2$ thì Σ không thỏa mãn (4b). Thật vậy, sử $A, B \in X$, $A, B \neq \emptyset$, $A \cup B \neq X$, $A \cap B = \emptyset$, ký u $t_1 = \{\emptyset, A, X\}$, $t_2 = \{\emptyset, B, X\}$, $t_3 = \{\emptyset, A \cup B, X\}$, $\{\emptyset, A, B, A \cup B, X\}$ thì ta có $(t_1, t_2) \notin \rho$ và $G_{t_1 \vee t_2} =$ $= \{t_1, t_2, t_3\}$, suy ra $|G_{t_1 \vee t_2}| = 3$ (trái với (b)).

b) Giả sử $a, b \in X$, $a \neq b$. Trong Σ, xét các nguyên tử $t_i = \{\emptyset, A_i, X\}$ với $A_i \in X$, $\in A_i$, $b \notin A_i$, $i \in I$. Đặt $\Sigma_1 = \left\{ \bigvee_{j \in J} t_j | J \subseteq I \right\}$. Dễ dàng suy ra Σ_1 là dàn con của Σ và $t_j) \in \rho \Longleftrightarrow A_i \subseteq A_j$ hoặc $A_j \subseteq A_i$. Giả sử $(t_1, t_2) \in \rho$ và $A_1 \subseteq A_2$ ta định nghĩa $\langle t_1, t_2 \rangle =$ $|A_1 \subseteq A_k \subseteq A_2 \}$. Chứng minh được Σ_1 là dàn nguyên tử, tập nguyên tử $L = \left\{ t_i | i \in I \right\}$ và a mãn các điều kiện (1) $\to$ (4) ở định lý 3.4. Vậy L trở thành một dàn và $\Sigma_1 \simeq \mathrm{Sub}(L)$. Chú ằng ở đây có thể đồng nhất dàn L với dàn tập hợp (xem [3]), gồm tất cả các tập con $A_i \in t_i$, I.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

G. Gratzer. General Lattice Theory, Akademie - Vertag Berlin, 1978.

A. K. Steiner. On the lattice of topologies, Symposia CSAV, 1971.

А. Г. Курош. Лекции по общей алгебре, Физматгиз 1982.

ON A CHARACTER OF LATTICE Sub (L)

Nguyen Duc Dat

Faculty of Mathematics, Mechanics and Informatics, Hanoi University

A character of lattice Sub (L) is understood as specific properties so that: if an arbitrary lattice atisfies these properties then there exists an appropriate lattice L', such that $S \simeq \mathrm{Sub}(L)$.

"Find a character of lattice Sub (L)" is a problem proposed in [1] by G. Grätzer.

In this paper a character of Sub (L) is proposed by certain conditions on the set of atoms $= \left\{ \dot{a} | a \in L \right\}$ in lattice Sub (L) where $\dot{a} = \{a\}$ is sublattice of one element. The principal ılts of the paper is theorem 3.4. It shows that: If an atomistic lattice S with its set of atoms atisfies given conditions then there exists a lattice structure on A for it $S \simeq \mathrm{Sub}(A)$.