TỐC ĐỘ HỘI TỤ CỦA PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ GIẢI BÀI TOÁN ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU NGẪU NHIÊN CÓ RÀNG BUỘC

TRƯƠNG CHÍ TÍN

Bài này sẽ đưa ra một phương pháp xấp xỉ để giải bài toán điều khiển tối ưu các hệ ngẫu nhiên có ràng buộc hỗn hợp giữa biến trạng thái và biến điều khiển với thời gian rời rạc. Ở đây, bằng công cụ của giải tích đa trị, chúng tôi sẽ chỉ ra tốc độ hội tụ của phương pháp này

MỞ ĐẦU

Xét bài toán điều khiển tối ưu hệ ngẫu nhiên phụ thuộc vào sai số $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$ sau đây:

$$\begin{cases} X^{\varepsilon}_{n+1} = f^{\varepsilon}_n (X^{\varepsilon}_n, U^{\varepsilon}_n, \varepsilon_{n+1}), & n = \overline{0, N-1}, \\ X^{\varepsilon}_0 = x_0, \end{cases} \tag{0.1}^{\varepsilon}$$

với các ràng buộc:

$$U^{\varepsilon}_n \in \mathcal{U}^{\varepsilon}_n (\subset U_n), \ n = \overline{0, N-1}, \tag{0.2}^{\varepsilon}$$

$$P\left\{X^{\varepsilon}_n \in Y^{\varepsilon}_n\right\} = 1, \ Y^{\varepsilon}_n \subset Y_n, \ n = \overline{1, N} \tag{0.3}^{\varepsilon}$$

và hàm mục tiêu cần làm cực tiểu có dạng:

$$J^{\varepsilon}\left(x_0, u^{\varepsilon}\right) = E\left\{ h^{\varepsilon}_0\left(X^{\varepsilon}_0, u^{\varepsilon}_0\right) + \sum_{n-1}^{N-1} h^{\varepsilon}_n\left(X^{\varepsilon}_n, u^{\varepsilon}_n, \varepsilon_n\right) + \right.$$

$$\left. + h^{\varepsilon}_N\left(X^{\varepsilon}_N, \varepsilon_N\right)\right\}, \tag{0.4}^{\varepsilon}$$

trong đó, nhiễu $\{\varepsilon_n, n = \overline{1, N}\}$ là quá trình Markov với giá trị trong $E_n \subset IR^d$, biến trạng thái $\left\{X^{\varepsilon}_n, n = \overline{0, N}\right\}$ và chiến lược điều khiển $\left\{u^{\varepsilon} = u^{\varepsilon}_n, n = \overline{0, N-1}\right\}$ lần lượt là quá trình ngẫu nhiên trong IR^k, IR^m; $\left\{Y^{\varepsilon}_n, Y_n\right\}$, $\left\{\mathcal{U}^{\varepsilon}_n, U_n\right\}$ và $\{E_n\}$ lần lượt là các tập đóng trong IR^k, IR^m và IR^d; với $\varepsilon_0 > 0$ đủ bé nào đó, các hàm f^{ε}_n, h^{ε}_n là Borel–đo được từ $[0, \varepsilon_0] \times IR^k \times U_n \times IR^d$ vào IR^k và IR tương ứng.

Điều khiển $\{u^\varepsilon = u_n^\varepsilon,\ n = \overline{0, N-1}\}$ gọi là chấp nhận được nếu $u_0^\varepsilon = \varphi_0^\varepsilon\left(X_0^\varepsilon\right),\ u_n^\varepsilon = \varphi_n^\varepsilon\left(X_n^\varepsilon, \varepsilon_n\right)\left(n = \overline{1, N-1}\right)$ trong đó $\varphi_n^\varepsilon : Y_n \times E_n \to U_n^\varepsilon$ là hàm Borel và nghiệm tương ứng của hệ $(0.1)^\varepsilon$ thỏa mãn ràng buộc $(0.3)^\varepsilon$

Kí hiệu U^ε là tập các điều khiển có dạng như thế.

Ta đã biết điều khiển $u^{*\varepsilon} \in U^\varepsilon$ là tối ưu, nghĩa là:

$$J^\varepsilon\left(x_0, u^{*\varepsilon}\right) = \inf_{u^\varepsilon \in U^\varepsilon} J^\varepsilon(x_0, u^\varepsilon).$$

nếu nó thỏa mãn phương trình quy hoạch động sau:

$$\begin{cases} V_N^\varepsilon(x, z) := h_N^\varepsilon(x, z), \forall (x, z) \in Y_N \times E_N, \\ V_n^\varepsilon(x, z) := \inf\limits_{v \in U_{n,x}^\varepsilon} J_n^\varepsilon(x, v, z) = J_n\left(x, u_n^{*\varepsilon}, z\right), \\ \forall (x, z) \in Y_n \times E_n\ (n = \overline{1, N-1}), \\ V_0^\varepsilon(x_0) := \inf\limits_{v \in U_{0,x_0}} J_0^\varepsilon(x_0, v) = J_0^\varepsilon\left(x_0, u_0^{*\varepsilon}\right). \end{cases} \qquad (0.5)^\varepsilon$$

trong đó:

$$\begin{cases} J_n^\varepsilon(x, v, z) := h_n^\varepsilon(x, v, z) + E\left\{V_{n+1}^\varepsilon\left(f_n^\varepsilon(x, v, \varepsilon_{n+1}), \varepsilon_{n+1}\right) / \varepsilon_n = z\right\}, \\ J_0^\varepsilon(x_0, v) := h_0^\varepsilon(x_0, v) + E\left\{V_1^\varepsilon\left(f_1^\varepsilon(x_0, v, \varepsilon_1), \varepsilon_1\right)\right\}, \\ U_{n,x}^\varepsilon := \left\{v \in U_n^\varepsilon : P\left\{f_n^\varepsilon(x, v, \varepsilon_{n+1}) \in Y_{n+1}^\varepsilon\right\} = 1\right\}. \end{cases} \qquad (0.6)^\varepsilon$$

Khi đó $J_0^\varepsilon\left(x_0, u_0^{*\varepsilon}\right) = V_0^\varepsilon(x_0) = J^\varepsilon\left(x_0, u^{*\varepsilon}\right)$.

Kết quả chủ yếu của bài này là ước lượng tốc độ hội tụ của các hàm mục tiêu xấp xỉ tối ưu:

$$\begin{cases} 0 \leqslant J_0^\varepsilon\left(x_0, u_0^*\right) - J_0^\varepsilon\left(x_0, u_0^{*\varepsilon}\right) = J^\varepsilon\left(x_0, u^*\right) - J^\varepsilon\left(x_0, u^{*\varepsilon}\right) \leqslant d_0(\varepsilon) \to 0 \\ 0 \leqslant J_n^\varepsilon\left(x, u_n^*, z\right) - J_n^\varepsilon\left(x, u_n^{*\varepsilon}, z\right) \leqslant d_n(\varepsilon) \to 0,\ \varepsilon \to 0 \\ \forall (x, z) \in Y_n \times E_n\ (n = \overline{1, N-1}) \end{cases} \qquad (0.7)$$

trong đó $d_n(\varepsilon)$ là các vô cùng bé nào đó của ε sẽ được xác định sau, $u^* := u^{*0}$ là điều khiển tối ưu cho bài toán $(0.1)^0 - (0.4)^0$ và thỏa mãn $(0.5)^0$.

1. Vài khái niệm và kết quả bổ trợ.

Cho (X, ρ) (E, ρ') là các không gian mêtric, U và Y là các không gian định chuẩn. Với $x_0 \in X$, $W \subset U$, $r > 0$ ta kí hiệu $A(x_0)$, $V(W)$ là các lân cận của x_0, W và $B(W, r) := \{u \in U : \exists v \in W$ và $\|u - v\| < r\}$.

Định nghĩa 1.1.

Cho **U** là ánh xạ đa trị từ X vào U, $a: \mathbb{R}^2_+ \to \mathbb{R}_+$ là phiếm hàm tăng theo từng biến, liên tục tại (0, 0) và a (0, 0) = 0. Khi đó hàm $f: X \times U \times E \to Y$ gọi là **U** – Lipschitz tại $x_0 \in X$ với hàm Lipschitz a nếu:

$\exists A(x_0): \forall x \in A(x_0)\ \forall u_0 \in \mathbf{U}(x_0)\ \forall u \in \mathbf{U}(x)\ \forall e \in E \Rightarrow \| f(x, u, e) - f(x_0, u_0, e) \| \leqslant a(\rho(x, x_0), \| u - u_0 \|)$.

***Định lý* 1.2** Giả sử ánh xạ đa trị **U** từ X vào U là b – Lipschitz tại $x_0 \in X$ và phiếm hàm $g: X \times U \to \mathbb{R}$ là a Lipschitz tại $(x_0, u) \in X \times U$, $\forall u \in \mathbf{U}(x_0)$. Khi đó phiếm hàm $G(x) := \inf\limits_{u \in \mathbf{U}(x)} g(x, u)$ là c – Lipschitz tại x_0, trong đó:

$$c(\varepsilon) = a(\varepsilon, b(\varepsilon)),\ \forall \varepsilon > 0. \qquad (1.1)$$

Định lí này là sự mở rộng của định lí 7 — 1 trong [1]

Cho **U**, T lần lượt là các ánh xạ đa trị từ X vào U và vào Y, f là hàm từ $X \times U \times E$ vào Y; $\eta(\omega)$ là phần tử ngẫu nhiên trên không gian xác suất cơ bản (Ω, F, P) nhận giá trị trong E, D là ánh sáng xạ đa trị từ X vào **U** được xác định bởi:

$$D(x) := \{ u \in \mathbf{U}(x): P\{ f(x, u, \eta(\omega)) \in T(x) \} = 1 \},\ \forall x \in X \qquad (1.2)$$

Để tránh trường hợp tầm thường, ta luôn giả thiết

$$D(x) \neq \phi; \quad \forall x \in X$$

Định lí 1. 3

i) Giả sử hàm $F: E \times X \to Y$ là b- Lipschitz tại $(e_0, x_0) \in E \times X$, phiếm hàm $H: E \times Y \to \mathbb{R}$ là a- Lipschitz tại $(e_0, y_0) \in E \times Y$, trong đó $y_0 := F(e_0, x_0)$ Khi đó phiếm hàm hợp **H** (e, F(e, x)) là c – Lipschitz tại (e_0, x_0), với:

$C(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = a(\varepsilon_1 : b(\varepsilon_1, \varepsilon_2))\ \forall \varepsilon_1, \varepsilon_2 \geqslant 0 \qquad$ (1. 3)

ii) Giả sử **U**, T có giá trị là tập lồi tại $x_0 \in X$ và lần lượt là **a** – **Lipschitz** **b** – Lipschitz tại x_0; **U** bị chặn trong một lân cận nào đó $A(x_0)$ của x_0; f là **U** – Lipschitz tại x_0 với hàm Lipschitz c và f afin theo **u**, ngoài ra ta giả thiết:

$$El > 0: \forall x \in \mathbf{X}\ \exists u \in \mathbf{U}(x): P\{ f(x, u, \eta(\omega)) + y(\omega) \in T(x) \} = 1, \qquad (1.4)$$

với mọi phần tử ngẫu nhiên **y** nhận giá trị trong Y và bị chặn bởi **l với xác suất 1.** Khi đó ánh xạ D là d – Lipschitz tại x_0 trong đó

$$d(\varepsilon) = a(\varepsilon) + \bar{l}\, l^{-1}\, [b(\varepsilon) + c(\varepsilon, a(\varepsilon))],\ \forall \varepsilon \geqslant 0 \qquad (1.5)$$

và $\bar{l_i} = 2 \sup\{ \operatorname{diam} \mathbf{U}(x),\ x \in A(x_0) \} \in (0, \infty)$.

+ *Chứng minh*

i) Do giả thiết nên tồn tại các lân cận $A_1(y_0)$, $A_2(e_0)$, $A_3(x_0)$ sao cho $y := F(e, x) \in A_1(y_0)$, $\forall (e, x) \in A_2(e_0) \times A_3(x_0)$

và $| H(e, y) - H(e_0, y_0) | \leqslant a(\rho'(e_0, e), \| y - y_0 \|)$,

$\| y - y_0 \| \leqslant b(\rho'(e, e_0), \rho(x, x_0))$.

Mặt khác, do a $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ tăng theo ε_2 nên ta có:

$| H(e, F(e, x)) - H(e_0, F(e_0, x_0)) | \leqslant a(\rho'(e, e_0); b(\rho'(e, e_0), \rho(x, x_0)))$,

$\leqslant c(\rho'(e, e_0), \rho(x, x_0))$.

ii) Sau đây ta sẽ chứng minh tính nửa d – Lipschitz trên của D. Tính nửa d – Lipschitz dưới của D được chứng minh tương tự. Do tính Lipzllitz của U, T và f nên tồn tại lân cận $A'(x_o) \subset A(x_o)$ sao cho :

$$\begin{cases} U(x) \subset B(U(x_o), a(\rho(x, x_o))), \\ T(x) \subset B(T(x_o), b(\rho(x, x_o))) \\ \| f(x, u, \eta(\omega)) - f(x_o, u_o, \eta(\omega)) \| \leqslant C(\rho(x, x_o), \| u - u_o \|), (\forall x \in A'(x_o) \end{cases} \quad (1.6)$$

$\forall u_o \in U(x_o) \ \forall u \in U(x) \ \forall \omega \in \Omega)$.

Lấy tùy ý $x \in A'(x_o)$ và $u \in D(x)$. Khi đó $u \in U(x)$ và tồn tại $\Omega_1 \in J$ sao cho $P(\Omega_1) = 1$ và $f(x, u, \eta(\omega)) \in T(x) \ \forall \omega \in \Omega_1$. Do (1.6) nên tồn tại $u_o \in U(x_o)$ $z_o(\omega) \in T(x_o)$ sao cho:

$\| u - u_o \| \leqslant a(\rho(x, x_o)), \| f(x, u, \eta(\omega)) - z_o(\omega) \| \leqslant b(\rho(x, x_o))$.

Suy ra : $\| f(x_o, u_o, \eta(\omega)) - z_o(\omega) \| \leqslant \zeta$ trong đó:

$\xi := b(\rho(x, x_o)) + c(\rho(x, x_o), a(\rho(x, x_o)))$. Đặt $p := \dfrac{1}{1+\zeta} \in (0, 1), q(\omega) :=$ $= [f(x_o, u_o, \eta(\omega)) - z_o(\omega)]. \zeta^{-1}$.

Khi đó: $\| q(\omega) \| \leqslant 1. \dfrac{p}{1-p} . \zeta q(\omega) = 1 q(\omega). \ \forall \omega \in \Omega_1$.

Vì (1.4): $\exists W_o \in U(x_o) \exists \bar{z}_o(\omega) \in T(x_o) : f(x_o, W_o, \eta(\omega)) +$

$$+ \frac{p}{1-p} \zeta q(\omega) = \bar{z}_o(\omega) \quad \text{(X.S.1).}$$

Từ tính afin theo u của f và tính lồi của $U(x_o)$, $T(x_o)$ ta có: $\bar{u}_o := pu_o + (1-p)W_o \in U(x_o)$

$f(x_o, \bar{u}_o, \eta(\omega)) = pz_o(\omega) + (1-p)\bar{z}_o(\omega) \in T(x_o)$ (X. S. 1). nghĩa là $\bar{u}_o \in D(x_o)$.

Hơn nữa:

$$\| u - \bar{u}_o \| \leqslant p. \| u - u_o \| + (1 - p) \| u - w_o \| \leqslant \| u - u_o \| + + \frac{\xi}{\xi + 1} . \bar{1}$$

$$\leqslant a(\rho(x, x_o)) + \bar{1}.1^{-1} [b(\rho(x, x_o)) + c(\rho(x, x_o), a(\rho(x, x_o))] \leqslant d(\rho(x, x_o))$$

2. Tốc độ hội của phương pháp xấp xỉ

Định lý 2.1. (Định lý cơ bản về tốc độ hội tụ).

Giả sử với mỗi $n - \overline{0, N-1}$

i) Các ánh xạ đa trị, U_n, X_{n+1} lần lượt từ $[0, \varepsilon_o]$ vào U_n, Y_{n+1} được xác định bởi $U_n(\varepsilon) := U_n^\varepsilon$, $X_{n+1}(\varepsilon) := Y_{n+1}^\varepsilon$ là m_n – Lipschitz và l_n – Lipschitz tại $\varepsilon = 0$, tập $\overset{o}{Y}_{n+1}$ – lồi, $\overset{o}{U}_n$ – lồi và bị chặn;

ii) phiếm hàm $h_N^\varepsilon(x, z)$ là $\bar{a}_N$ – Lipschitz tại $(\varepsilon = 0, x)$, $x \in Y_N$; còn $h_n^\varepsilon(x, u, z)$, $f_n^\varepsilon(x, u, z)$ lần lượt là a_n – Lipschitz và U_n – Lipschitz với hàm Lipschitz b_n' tại $(\varepsilon = 0, x, u)$, $\forall (x, u) \in Y_n \times U_n$; f_n afin theo u;

iii) $\exists r_n > 0 : \forall \varepsilon \in [0, \varepsilon_o] \ \forall x \in Y_n^\varepsilon \exists u \in U_n^\varepsilon$:

$P\left\{f_n^\varepsilon(x, u, \varepsilon_{n+1}) + y \in Y_{n+1}^\varepsilon\right\} = 1$, với mọi vectơ ngẫu nhiên $k-$ chiều y bị chặn bởi r_n với xác suất 1.

Khi đó ta có các ước lượng (0.7), trong đó:

$$d_n(\varepsilon) := a_n(\varepsilon, o, o) + \overline{a}_{n+1}(\varepsilon, b_n(\varepsilon, o, o)) + s_n(\varepsilon, t_n(\varepsilon, o)), \qquad 2.1)$$

$$\overline{a}_n(\varepsilon_1, \varepsilon_2) := a_n(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t_n(\varepsilon_1, \varepsilon_2) + \overline{a}_{n+1}(\varepsilon_1, b_n(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t_n(\varepsilon_1, \varepsilon_2))).$$

$$t_n(\varepsilon_1, \varepsilon_2) := m_n(\varepsilon_1) + \overline{r}_n \cdot r_n^{-1}[l_n(\varepsilon_1) + b_n(\varepsilon_1, \varepsilon_2, m_n(\varepsilon_1))]$$

$$s_n(\varepsilon_1, \varepsilon_3) := a_n(\varepsilon_1, o, \varepsilon_3) + \overline{a}_{n+1}(\varepsilon_1, b_n(\varepsilon_1, o, \varepsilon_3)), \ (\forall \varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3 > 0)$$

$$\overline{r}_n := 2\sup\left\{\operatorname{diam} U_n^\varepsilon, \varepsilon \in [0, \varepsilon_0]\right\} \in (0, \infty).$$

Chứng minh

Trước tiên, xét trường hợp $n = N-1$. Theo $(0.5)^\varepsilon - (0.6)^\varepsilon$ ta có:

$$0 \leqslant J_{N-1}^\varepsilon\left(x, u_{N-1}^*, z\right) - J_{N-1}^\varepsilon\left(x, U_{N-1}^\varepsilon, z\right) = A^\varepsilon + B^\varepsilon + C^\varepsilon$$

trong đó

$$A^\varepsilon := h_{N-1}^\varepsilon\left(x, u_{N-1}^*, z\right) - h_{N-1}^o\left(x, u_{N-1}^*, z\right) \leqslant a_{N-1}, z) \leqslant a_{N-1}(\varepsilon, o, o)$$

$$B^\varepsilon := E\left\{h_N^\varepsilon(f_{N-1}^\varepsilon(x, U_{N-1}^*, \varepsilon_N), \varepsilon_N) - h_N^o(f_{N-1}^*(x, u_{N-1}^*, \varepsilon_N) / \varepsilon_{N-1} = z\right\}$$

$$C^\varepsilon := \inf_{u \in u_{N-1, x}^o} J_{N-1}^o(x, u, z) - \inf_{u \in u_{N-1, x}^\varepsilon} J_{N-1}^\varepsilon(x, u, z)$$

Theo (1.3) và (1.5), ta có: $B^\varepsilon \leqslant \overline{a}_N(\varepsilon, b_{N-1}(\varepsilon, o, o))$.

Hơn nữa:

$$J_{N-1}^\varepsilon(x, u, z) := h_{N-1}^\varepsilon(x, u, z) + E\left\{h_N^\varepsilon\ f_{N-1}^\varepsilon(x, u, \varepsilon_N), \varepsilon_N) / \varepsilon_{N-1} = z\right\}$$

là S_{n-1} – Lipschitz tại $(\varepsilon = o, u)$ khi cố định (x, z), với

$$S_{N-1}(\varepsilon_1, \varepsilon_3) = a_{N-1}(\varepsilon_1, o, \varepsilon_3) + \overline{a}_N(\varepsilon_1, b_{N-1}(\varepsilon_1, o, \varepsilon_3));$$

và: $U_{N-1, x}^\varepsilon := \left\{u \in u_{N-1}^\varepsilon : P\left\{f_{N-1}^\varepsilon(x, u, \varepsilon_N) \in Y_N^\varepsilon\right\} = 1\right\}$ là t_{N-1} – Lipschitz tại $(\varepsilon = 0, x)$ với: $t_{N-1}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) := m_{N-1}(\varepsilon_1) + \overline{r}_{N-1} \cdot r_{N-1}^{-1}\Big[l_{N-1}(\varepsilon_1) +$

$$+ b_{N-1}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, m_{N-1}(\varepsilon_1))\Big]$$

Theo (1.1) khi cố định $(x, z) \in Y_{N-1} \times E_{N-1}$, ta có

$$C^\varepsilon < S_{N-1}(\varepsilon, t_{N-1}(\varepsilon, o)).$$

Vậy: $0 \leqslant J_{N-1}^\varepsilon\left(x, u_{N-1}^*, z\right) - J_{N-1}^\varepsilon\left(x, u_{N-1}^{*\varepsilon}, z\right) \leqslant d_{N-1}(\varepsilon)$.

Mặt khác, do (1.3) nên $J_{N-1}^\varepsilon(x, u, z)$ là $\overline{S}_{N-1}$ – Lipschitz tại $(\varepsilon = o, x, u)$ với: $\overline{S}_{N-1}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) := a_{N-1}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) + \overline{a}_N(\varepsilon_1, b_{N-1}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3))$. Do đó, theo (1.1) hàm giá

$$V_{N-1}^\varepsilon(x, z) := \inf_{u \in u_{N-1, x}^\varepsilon} j_{N-1}^\varepsilon(x, u, z)$$

là $\overline{a}_{N-1}$ — Lipschitz tại ($\varepsilon = o, x$) $\forall x \in Y_{N-1}$, trong đó $\overline{a}_{N-1}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) =$

$= \overline{S}_{N-1}(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t_{N-1}(\varepsilon_1, \varepsilon_2))$.

Bằng phương pháp chứng minh qui nạp lùi theo $n = \overline{0, N-1}$ ta có kết luận (0.7) và (2.1) của định lí.

+ *Nhận xét* 2.2.

1. Với giả thiết của định lí 2.1, ta còn có các khẳng định sau:

$\forall n = \overline{1, N-1}$, $\forall (x, z) \in Y_N \times E_n$

$$\begin{cases} 0 \leqslant J_n^o\left(x, u_n^{*\varepsilon}, z\right) - J_n^o\left(x, u_n^*, z\right) \leqslant d_n(\varepsilon) \to 0 \\ 0 \leqslant J_o^o\left(x_o, u_o^{*\varepsilon}\right) - J_o^o\left(x_o, u_o^*\right) = J^o\left(x_0, u^{*\varepsilon}\right) - J^o(x_o, u^*) \leqslant d_o(\varepsilon) \to 0 \\ \qquad (\varepsilon \to 0) \end{cases} \quad (0.7)'$$

và $\left| J_n^\varepsilon\left(x, u_n^{*\varepsilon}, z\right) - J_n^o\left(x, u_n^*, z\right)\right| \leqslant \overline{d}_n(\varepsilon) \to 0, \varepsilon \to 0$

$$\left| J_o^\varepsilon\left(x_o, u_o^{*\varepsilon}\right) - J_o^o\left(x_o, u_o^*\right)\right| = \left| J^\varepsilon\left(x_o, u^{*\varepsilon}\right) - J^o(x_o, u^*)\right| \leqslant d_o(\varepsilon) \to 0 \quad (0,7)''$$

trong đó $\overline{d}_n(\varepsilon) = S_n(\varepsilon, t_n(\varepsilon, o))$.

2. Giả sử $U_n^\varepsilon := \left[P_n^{(1)}(\varepsilon), P_n^{(2)}(\varepsilon)\right]$ là hình hộp trong $\mathbb{R}^m$ trong đó $p_n^{(i)}$ là $m_n^{(i)}$ — Lipschitz tại $\varepsilon = o$, $i = 1,2$. Khi đó ánh xạ đa trị $U_n(\varepsilon) := U_n^\varepsilon$ là m_n — Lipsehitz tại $\varepsilon = 0$, với $m_n = \max\left\{m_n^{(i)}, i = 1,2\right\}$ Đối với tập $Y_n^\varepsilon = \left[q_n^{(1)}(\varepsilon), q_n^{(2)}(\varepsilon)\right]$ ta cũng có nhận xét tương tự. Khi đó giả thiết f_n^ε afin theo u có thể thay bởi giả thiết f_n^ε lồi (hoặc lõm) theo u và: $\forall \varepsilon \geqslant 0$ $\forall (x, u, z) \in Y_n^\varepsilon \times U_n^\varepsilon \times E_{n+1}$ ta có $f_n^\varepsilon(x, u, z) \geqslant q_{n+1}^{(1)}(\varepsilon)$ (tương ứng $f_n^\varepsilon(x, u, z) \leqslant q_{n+1}^{(2)}(\varepsilon)$).

3. Nếu phiếm hàm $f: E \times X \to \mathbb{R}$ là a — Lipschitz tại (e_o, x) ε $E \times X$, $\forall x \in X$ thì $a: \mathbb{R}_+^2 \to \mathbb{R}_+$ thường có dạng: $a(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = A\varepsilon_1^{a'} + B\varepsilon_2$, với A, B, a' là cá hằng số dương. Khi đó, ta gọi a là có bậc (a', 1). Nếu $g: E \to X$ là b — Lipschitz và b có bậc b' thì phiếm hàm hợp f(e, g(e)) có bậc là min {a', b'}.

Tóm lại, nếu $a_n, b_n, \overline{a}_n, l_n, m_n$, lần lượt có bậc là ($a_n'$, 1, 1), ($b_n'$, 1, 1), ($\overline{a}_n'$, 1), l'_n, m_n thì d_o có bậc là:

$\overline{a}'_N \bigwedge_{i=0}^{N-1} (a_i' \wedge b_i' \wedge l_i' \wedge m_i')$ trong đó ta ký hiệu $\bigwedge_{i=0}^{n} a_i' := a_o' \wedge a_1' \wedge \dots \wedge a_n'$

Cuối cùng, tác giả xin chân thành cảm ơn những ý kiến quí báu của giáo sư Nguyễn Văn Hữu cho bài báo này.

(Xem tiếp trang 10)

5. Thuật toán này đã được tác giả áp dụng để giải các bài toán Địa vật lý và các bài toán nội suy, xấp xỉ SPLINE trên các máy tính lớn tại Bộ quốc phòng Trung tâm tính toán trường đại học Bách khoa và trên các máy vi tính bằng ngôn ngữ máy tính FORTRAN và BASIC đều cho kết quả tốt và ổn định.

Tài liệu tham khảo

1. В. Н. Троян. Статистические методы обработки сейсмический информации при исследовании сложных сред. М. Нерда 1982.

2. Вычислительная математика и техника в разведной геофизике Справочник геофизики. М. Недра, 1982.

3. Ю. С. Завьялов, Б. И. Квасов, В. Л. Мирошниченко. Методы сплайн — функций. М, Наука, 1980.

Nguyễn Văn Cường

AN ALGORITHM FOR SOLVING THE SYSTEMS OF HETEROGENEOUS LINEAR EQUATIONS OF 5 – DIAGONAL TYPE

The algorithm, the programme and the concrete examples for solving the systems of heterogenous linear equations of 5 — diagonal type are presented in the paper. Its applications to the geophysical problems, the interpolation problems and the spline — approximations give good stable solutions.

Bộ môn Địa Vật lý
Khoa Vật lý, Trường Đại học Tổng hợp Hà Nội.

Nhận bài
Ngày 21.3.1988

(Tiếp theo trang 6)

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Aubin J. P., Cellina A.
Differential inclusions – Springer, Verlag, Berlin, Heidelbeg, New York, Tokyo — 1984, pp. 53 — 54

TRUONG CHI TIN

ON AN APPROXIMATE METHOD FOR AN OPTIMAL STOCHASTIC CONTROL PROBLEM WITH COMPLEX CONSTRAINTS.

An approximate method for an optimal stochastic control problem with complex constraints has been suggested. By the results of multivalued maps, the speed of the convergence of this method has been shown

Tổ xác xuất—Thống kê
Khoa Toán—Đại học Tổng hợp Hà Nội.

Nhận bài
Ngày 29-9-1988