

MỘT THUẬT TOÁN GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH KHÔNG THUẦN NHẤT DẠNG 5 ĐƯỜNG CHÉO

NGUYỄN VĂN CƯỜNG

1. Một số bài toán khoa học kỹ thuật nói chung và một số bài toán Địa vật lý nói riêng thường dẫn đến việc giải hệ phương trình tuyến tính không thuần nhất dạng ma trận 3 và 5 đường chéo [1], [3]. Riêng đối với lời giải hệ phương trình dạng ma trận 3 đường chéo đã được giải quyết và công bố dưới tên thuật toán TRUY ĐUỔI [2].

Bài báo này đề cập tìm lời giải của hệ phương trình dạng 5 đường chéo với đầy đủ thuật toán, chương trình máy tính và một số ví dụ cụ thể.

Để tìm lời giải cho hệ này, một số tác giả đã đề cập giải quyết nhưng những thuật toán được đưa ra khá công kềnh, phức tạp, gây khó khăn cho người lập trình máy tính [3]. Lời giải của hệ này cũng có thể thu được bằng phương pháp loại trừ Gau-xơ, dĩ nhiên như vậy sẽ không tiết kiệm bộ nhớ máy, thời gian người làm máy và sẽ gây lỗi đối với những bài toán cỡ vừa và lớn, nhất là đối với những cơ sở chỉ có máy vi tính.

2. Dưới đây là toàn bộ thuật toán để tìm lời giải của hệ phương trình tuyến tính không thuần nhất dạng ma trận 5 đường chéo:

Hệ có dạng:

$$a_1x_1 + c_1x_2 + e_1x_3 = b_1$$

$$d_2x_1 + a_2x_2 + c_2x_3 + e_2x_4 = b_2$$

$$g_3x_1 + d_3x_2 + a_3x_3 + c_3x_4 + e_3x_5 = b_3$$

$$\dots \dots \dots g_i x_{i-2} + d_i x_{i-1} + a_i x_i + c_i x_{i+1} + e_i x_{i+2} = b_i$$

$$\dots \dots \dots g_{n-1} x_{n-3} + d_{n-1} x_{n-2} + a_{n-1} x_{n-1} + c_{n-1} x_n = b_{n-1}$$

$$g_n x_{n-2} + d_n x_{n-1} + a_n x_n = b_n$$

Ta có:

$$f_1 = -c_1/a_1$$

$$h_1 = -e_1/a_1$$

$$p_1 = b_1/a_1$$

$$u = a_2 + d_2.f_1$$

$$f_2 = -(c_2 + d_2.h_1)/u$$

$$h_2 = -e_2/u$$

$$p_2 = (b_2 - d_2 \cdot p_1) / u$$

$$q_i = d_i + g_i \cdot f_{i-2}$$

$$r_i = a_i + g_i \cdot h_{i-2}$$

$$s_i = b_i - g_i \cdot p_{i-2}$$

$$t_i = r_i + q_i \cdot f_{i-1}$$

$$f_i = -(c_i + q_i \cdot h_{i-1}) / t_i$$

$$h_i = -e_i / t_i$$

$$p_i = (s_i - q_i \cdot p_{i-1}) / t_i$$

với $i = 3, 4, \dots, n-1$.

$$q_n = d_n + g_n \cdot f_{n-2}$$

$$r_n = a_n + g_n \cdot h_{n-2}$$

$$s_n = b_n - g_n \cdot p_{n-2}$$

Khi $u \neq 0$ và $t_i \neq 0$

Nghiệm của hệ sẽ là:

$$x_n = (s_n - p_{n-1} \cdot q_n) / (r_n + q_n \cdot f_{n-1})$$

$$x_{n-1} = p_{n-1} + f_{n-1} \cdot x_n$$

$$x_i = p_i + f_i \cdot x_{i+1} + h_i \cdot x_{i+2}$$

với $i = n-2, n-1, \dots, 1$.

3. Sau đây là văn bản chương trình máy tính tìm lời giải của hệ viết bằng ngôn ngữ máy tính FORTRAN cho máy tính lớn và máy vi tính.

VĂN BẢN CHƯƠNG TRÌNH GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH DẠNG 5 ĐƯỜNG CHÉO

SUBROUTINE DC5 (C, B, PHI, N)

DIMENSION C(5, N), B(N), F(100), H(100), P(100), PHI(N)

NM1 = N - 1

NM2 = N - 2

F(1) = -C(4, 1)/C(3, 1)

H(1) = -C(5, 1)/C(3, 1)

P(1) = B(1)/C(3, 1)

A = C(3, 2) + C(2, 2) * F(1)

F(2) = -(C(4, 2) + C(2, 2) * H(1))/A

H(2) = -C(5, 2)/A

P(2) = (B(2) - P(1) * C(2, 2))/A

DO 1 I = 3, NM1

Q = C(2, I) + C(1, I) * F(I - 2)

R = C(3, I) + C(1, I) * H(I - 2)

S = B(I) - C(1, I) * P(I - 2)

T = R + Q * F(I - 1)

F(I) = -(C(4, I) + Q * H(I - 1))/T

IF(I.NE.NM1) H(I) = -C(5, I)/T

```

P(I) = (S - Q * P(I - 1)) / T
QN = C(2, N) + C(1, N) * F(NM2)
RN = C(3, N) + C(1, N) * H(NM2)
SN = B(N) - C(1, N) * P(NM2)
PHI(N) = (SN - P(NM1) * QN) / (RN + QN * F(NM1))
PHI(NM1) = P(NM1) + F(NM1) * PHI(N)
DO 2 I = 2, NM1
  PHI(N-I) = P(N-I) * F(N-I) * PHI(N-I+1) + H(N-I) *
  PHI(N-I+2) RETURN
END

```

12

Trong chương trình mảng C là mảng 2 chiều (5 hàng và n cột) biểu diễn ma trận 5 đường chéo các giá trị hệ số của hệ;
 mảng B là mảng một chiều (1 hàng và n cột) biểu diễn ma trận cột các giá trị b_i với $i = 1, 2, \dots, n$;
 mảng PHI là mảng 1 chiều (1 hàng, n cột) biểu diễn các nghiệm số x_i với $i = 1, 2, 3, \dots, n$;
 n - là số hàng, số cột đồng thời là số nghiệm của hệ.

Ví dụ:

a) Hệ,

$$\begin{aligned}
 5.2 x_1 + 4.7 x_2 + 5.1 x_3 &= 10.3 \\
 13.6 x_1 - 2.3 x_2 + 6.6 x_3 + 7.2 x_4 &= 20.2 \\
 3.0 x_1 + 1.0 x_2 + 5.9 x_3 + 15.15 x_4 + 2.31 x_5 &= 11.21 \\
 10.0 x_2 - 8.0 x_3 + 1.5 x_4 + 2.5 x_5 &= -5.5 \\
 9.0 x_3 - 32.0 x_4 + 89.0 x_5 &= 98.0
 \end{aligned}$$

b) Nghiệm:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 1.00 \\
 x_2 &= 0.00 \\
 x_3 &= 1.00 \\
 x_4 &= 0.00 \\
 x_5 &= 1.00
 \end{aligned}$$

c) Hệ:

$$\begin{aligned}
 15.6 x_1 + 3.2 x_2 - 1.5 x_3 &= 19.52 \\
 7.6 x_1 - 8.5 x_2 + 70.9 x_4 + 2.3 x_4 &= 85.61 \\
 114.1 x_1 + 54.2 x_2 + 7.3 x_3 - 8.6 x_4 + 127.8 x_5 &= 384.39 \\
 -16.5 x_2 + 30.2 x_3 + 17.6 x_4 + 61.2 x_5 - 4.6 x_6 &= 123.41 \\
 66.7 x_3 + 2.4 x_4 + 11.0 x_5 + 47.7 x_6 + 32.0 x_7 &= 232.19 \\
 22.4 x_4 + 44.1 x_5 - 15.0 x_6 + 18.8 x_7 &= 102.89 \\
 121.2 x_5 + 37.6 x_6 + 106.2 x_7 &= 415.64
 \end{aligned}$$

d) Nghiệm,

$$\begin{aligned}
 x_1 &= 1.10 \\
 x_2 &= 1.30 \\
 x_3 &= 1.20 \\
 x_4 &= 1.40 \\
 x_5 &= 1.50 \\
 x_6 &= 1.70 \\
 x_7 &= 1.60
 \end{aligned}$$

5. Thuật toán này đã được tác giả áp dụng để giải các bài toán Địa vật lý và các bài toán nội suy, xấp xỉ SPLINE trên các máy tính lớn tại Bộ quốc phòng Trung tâm tính toán trường đại học Bách khoa và trên các máy vi tính bằng ngôn ngữ máy tính FORTRAN và BASIC đều cho kết quả tốt và ổn định.

Tài liệu tham khảo

1. В. Н. Троян. Статистические методы обработки сейсмической информации при исследовании сложных сред. М. Недра 1982.
2. Вычислительная математика и техника в разведной геофизике. Справочник геофизики. М. Недра, 1982.
3. Ю. С. Завьялов, Б. И. Квасов, В. Л. Мирошниченко. Методы сплайн — функций. М, Наука, 1980.

Nguyễn Văn Cường

AN ALGORITHM FOR SOLVING THE SYSTEMS OF HETEROGENEOUS LINEAR EQUATIONS OF 5 — DIAGONAL TYPE

The algorithm, the programme and the concrete examples for solving the systems of heterogenous linear equations of 5 — diagonal type are presented in the paper. Its applications to the geophysical problems, the interpolation problems and the spline — approximations give good stable solutions.

Bộ môn Địa Vật lý

Khoa Vật lý, Trường Đại học Tổng hợp Hà Nội.

Nhận bài

Ngày 21.3.1988

(Tiếp theo trang 6)

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Aubin J. P., Cellina A.

Differential inclusions — Springer, Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo — 1984, pp. 53 — 54

TRUONG CHI TIN

ON AN APPROXIMATE METHOD FOR AN OPTIMAL STOCHASTIC CONTROL PROBLEM WITH COMPLEX CONSTRAINTS.

An approximate method for an optimal stochastic control problem with complex constraints has been suggested. By the results of multivalued maps, the speed of the convergence of this method has been shown

Tổ xác suất — Thống kê

Khoa Toán — Đại học Tổng hợp Hà Nội.

Nhận bài

Ngày 29-9-1988