

# LAGRANGIAN BẤT BIẾN SIÊU ĐỐI XỨNG PHI TUYẾN

## $E_6/SO(10) \times U(1)$

PHẠM CÔNG DŨNG, PHẠM TRÚC TUYẾN

tho khăn nhất khi xây dựng lý thuyết hiệu dụng cho tương tác mạnh là việc chọn bậc tự do có lượng thấp. Trong một số công trình [1, 2, ...] các bậc tự do này được chọn là  $\pi$ -meson. Tuy nhiên, sự lựa chọn này tỏ ra có thể chấp nhận được. Tuy vậy nếu muốn xây dựng lý thuyết hiệu dụng cho tương tác mạnh trong khuôn khổ của lý thuyết thống nhất, thì rõ ràng trong đó các bậc tự do boson còn phải có các bậc tự do fermion.

Công trình [3] chúng tôi đề xuất một phương án trong đó các bậc tự do fermion được chọn một cách tự nhiên, bằng cách yêu cầu Lagrangian, ngoài tính bất biến phi tuyến còn có tính đối xứng. Khi đó các fermion sẽ xuất hiện như các hạt đồng hành siêu đối xứng của Goldstone.

Bài này chúng tôi sẽ tiến hành các tính toán cụ thể để đạt đến một Lagrangian như mục 1 trình bày đại số  $E_6$  trong đó đại số  $SO(10) \times U(1)$  xuất hiện một cách tường minh. Mục 2 được dành để xét tập thương  $E_6/SO(10) \times U(1)$ . Bằng cách dùng công thức Baker - Hausdorff ta suy ra đạo hàm hiệp biến  $D_\mu \phi_\alpha$  và các hệ số liên thông. Mục 3 bàn về các điều kiện của đa tạp và tìm phiếm hàm thế của nó. Mục 4 bàn về việc xây dựng Lagrangian cho các trường siêu đối xứng và phi tuyến tính.

### 1. ĐẠI SỐ $E_6$

Bảng nhân tử này được trình bày chi tiết trong [3]: 78 vi tử của  $E_6$  được chọn như sau:

$$J_{ab} \text{ của } SO(10) [J_{ab}, J_{cd}] = \delta_{ad} J_{bc} + \delta_{bc} J_{ad} - \delta_{ac} J_{bd} - \delta_{bd} J_{ac}$$

$$= Y^+ \text{ của } U(1) \text{ và là } SO(10) \text{ - vô hướng } [Y, J_{ab}] = 0$$

đến còn lại là  $A_\alpha$  và  $\bar{A}^\alpha$ , chúng là  $SO(10)$  - chiral spinor:

$$[Y, A_\alpha] = A_\alpha, \quad [Y, \bar{A}^\alpha] = -\bar{A}^\alpha$$

$$[J_{ab}, A_\alpha] = -\frac{1}{2} (\Gamma_{ab}^+)_\alpha^\beta A_\beta, \quad [J_{ab}, \bar{A}^\alpha] = \frac{1}{2} \bar{A}^\beta (\Gamma_{ab}^+)_\beta^\alpha$$

$$[A_\alpha, A_\beta] = [\bar{A}^\alpha, \bar{A}^\beta] = 0, \quad [A_\alpha, \bar{A}^\beta] = (\Gamma_{ab}^+)_\alpha^\beta J_{ab} + 3\delta_\alpha^\beta Y$$

$$\Gamma_{ab}^+ = \frac{1}{4} (1 + \Gamma_{11}) [\Gamma_a, \Gamma_b], \quad \Gamma_{11} = -i\Gamma_1 \dots \Gamma_{10}, \Gamma_a \text{ là các ma trận Dirac mười chiều.}$$

### 2. ĐA TẬP THƯƠNG $E_6/SO(10) \times U(1)$

Bảng nhân tử này được sinh bởi các vi tử  $A_\alpha$  và  $\bar{A}^\alpha$  và tham số hóa bằng trường  $\phi^\alpha, \bar{\phi}_\alpha$ . Chúng ta sẽ tìm các điều kiện Goldstone xuất hiện khi có vi phạm tự phát từ  $E_6 \rightarrow SO(10) \times U(1)$ . Khi đó

$$U = \exp(i\phi^\alpha A_\alpha) \exp(i\bar{A}^\alpha \bar{\phi}_\alpha)$$

ta suy ra luật biến đổi của  $\phi$  đối với phép biến đổi phi tuyến có thể suy được cho phép biến đổi Goldstone.

Để tìm các điều kiện Goldstone xuất hiện khi có vi phạm tự phát từ  $E_6 \rightarrow SO(10) \times U(1)$ , chúng ta dùng công thức Baker - Campbell - Hausdorff và từ cách khai triển của yếu tố sinh của nhóm Lie thu được biểu thức của  $D_\mu \phi^\alpha$  và  $D_\mu \bar{\phi}_\alpha$  và hệ số liên thông dưới dạng chuỗi.

### 3. THỂ KÄHLER

Theo [4, 5]  $E_6/SO(10) \times U(1)$  là đa tạp Kähler; điều này cho phép ta tính được  $L_2$  một cách hữu hạn (dạng đóng kín). Bằng cách so sánh hai biểu thức:  $g_\alpha^\beta \partial_\mu \bar{\phi}_\beta \partial^\mu \phi^\alpha$  và  $L_2$  với  $g_\alpha^\beta = \frac{\partial^2 K}{\partial \phi_\beta \partial \phi^\alpha}$  và  $K$  là thể Kähler, và đồng nhất các bậc khác nhau của  $\phi, \bar{\phi}$  ta được

$$K(\phi, \bar{\phi}) = \bar{\phi}_\alpha [A^{-1} \ln(1 + A)]_\beta^\alpha \phi^\beta$$

với  $A$  là ma trận khả nghịch tạo bởi các ma trận  $\Gamma_{ab}^+$  và  $\phi, \bar{\phi}$ . Kết quả này có thể tìm thấy trong [5]. Từ  $K$  ta có thể thu được cả hệ số liên thông.

### 4. CÁC FERMION ĐỒNG HÀNH SIÊU ĐỐI XỨNG CỦA $\phi^\alpha, \bar{\phi}_\alpha$

Ban đầu giả sử ta chỉ xét trường Goldstone. Khi đó  $L_2(D_\mu \phi) : L_2 = g_\alpha^\beta \partial_\mu \bar{\phi}_\beta \partial^\mu \phi^\alpha$  biến phi tuyến. Nếu ta yêu cầu  $L_2$  phải bất biến siêu đối xứng thì trong trường hợp này nhất ta phải có  $2 \times 16$  trường fermion  $\psi^\alpha$  bên cạnh các trường Goldstone  $\phi$   $L_2 = L_2(\phi, \psi)$ .

Nếu xét phép biến đổi siêu đối xứng [6]:  $\delta \phi^\alpha = \bar{\epsilon} \psi^{-\alpha}$   $\delta \psi^{-\alpha} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi^\alpha \epsilon_\mu$  với  $\epsilon$  là spinor không đối và  $\psi^\pm = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)\psi$ , ta có thể chứng minh rằng Lagrangian bất biến siêu đối xứng và phi tuyến:  $L_2 \sim g_\alpha^\beta (\partial_\mu \bar{\phi}_\beta \partial^\mu \phi^\alpha + \bar{\psi}_\beta \overline{D} \psi^{-\alpha})$  (chỉ xét trên phần thực) với  $D_\mu \psi_\alpha = \partial_\mu \psi_\alpha + i \Gamma_{\alpha\gamma}^{\beta\gamma} (\partial_\mu \phi_\beta) \psi_\gamma$ , trong đó  $\Gamma_{\alpha\gamma}^{\beta\gamma}$  là hệ số liên thông của thể Kähler. Như vậy mục tiêu đề ra đã đạt được. Tuy thế việc xây dựng các hạng hạng của Lagrangian và việc chứng minh rằng các trường fermion nói trên mô tả các hạt  $q^+$  thật sự đã biết đòi hỏi phải được tiếp tục trong các công trình sau này.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. G. S. Akdins et al. Nucl. Phys. B 228, 552, (1983)
2. Nguyen Ai Viet, Pham Thuc Tuyen. J. Phys. G. Nucl. Part. Phys. 15, 937, (1989)
3. Phạm Công Dũng, Phạm Thúc Tuyền. Tạp chí khoa học, ĐHTH HN 1990 (đang in)
4. Y. Achiman et al; Phys. Lett. 141B, 64, (1984)
5. S. Kobayashi and Nomizu, Foundations of Differential Geometry, J. Wiley + Sons, New York (1963), vol II. (1969).
6. Y. Achiman et al. Preprint CERN - TH. 4033/84. (1984).

Pham Cong Dung, Pham Thuc Tuyen - THE NONLINEAR SUPERSYMMETRIC LAGRANGIAN ON  $E_6/SO(10) \times U(1)$

We give the complete  $E_6$  algebra in which the algebra of  $SO(10) \times U(1)$  appears explicitly. We obtain the expression for the covariant derivatives  $D_\mu \phi_\alpha$  in form of the infinite series. We obtain the potential in closed form and use it to construct the non-linear second order Lagrangian. We give the family of fermions which are supersymmetric partners of Goldstone bosons  $\phi_\alpha$  and we propose the supersymmetric Lagrangian.

Bộ môn VLTT- ĐHTH Hà Nội

Nhận ngày 1/10/89