

# NG TỬ HÓA TỐI THIỂU ĐIỆN ĐỘNG LỰC HỌC VÔ HƯỚNG

PHẠM CÔNG DŨNG, NGUYỄN XUÂN HÂN

Động lực học các hạt vô hướng (ĐDLHVH) tích điện đóng một vai trò quan trọng khi lý thuyết thống nhất các tương tác điện từ và yếu [1; 2]. Khác với ĐDLH Spinor, tương tác của ĐDLHVH chứa đạo hàm của hàm trường theo thời gian, nên việc áp dụng lý thuyết này từ lâu còn một số vấn đề chưa giải quyết được [3, 5]:

chứng minh sự tương đương của phương trình chuyển động ở dạng Lagrange và dạng cơ học lượng tử.

Phát biểu hoàn chỉnh của biểu diễn tương tác đối với phép lượng tử hóa toán tử.

Bài này, chúng tôi nghiên cứu những vấn đề trên trong khuôn khổ của sơ đồ lượng tử. Chúng tôi dựa trên việc giải tương nình phương trình liên kết và sử dụng nguyên lý của lý thuyết chuẩn để chọn Lagrangian, ten xo năng xung lượng và các biến vật lý [6, 7].

## 1. XÂY DỰNG CÁC BIẾN VẬT LÝ BIẾN CHUẨN.

Lagrangian của ĐDLHVH

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + (D_\mu\phi)^* D^\mu\phi - m^2\phi^*\phi, \quad (1)$$

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(\lambda), \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu = \partial_\mu \hat{A}_\mu.$$

Phương trình chuyển động tương ứng có dạng [8]

$$\begin{aligned} (D_\mu^2 - m^2)\phi(x) &= 0, & (D^{*2} - m^2)\phi^*(x) &= 0, \\ \partial_\nu F_{\mu\nu} &= J_\mu, & J_\mu &= ie[\phi^* D_\mu\phi - (D_\mu\phi)^*\phi]. \end{aligned} \quad (2)$$

Phương trình (1) và các phương trình (2) là bất biến chuẩn đối với phép biến đổi chuẩn

$$\hat{A}_\mu = g(\hat{A}_\mu + \partial_\mu)g^{-1}; \quad \phi^g = g\phi, \quad \phi^{*g} = \phi^*g^{-1}. \quad (3)$$

Phương trình Gauss cổ điển

$$A_0 + \partial_i \dot{A}_i - J_0 = 0, \quad \dot{A}_i = \frac{\partial A_i}{\partial t}, \quad \Delta = 2e^2|\phi|^2 - \partial_i^2, \quad J_0 = ie[\phi^* \dot{\phi} - \dot{\phi}^* \phi] \quad (4)$$

như phương trình liên kết để biểu diễn  $A_0$  qua  $A_i$ ,  $\phi$

$A_0 = A_0 - \frac{1}{\partial^2} \partial_i \dot{A}_i$  và chọn các biến động lực  $A_i^T$ ,  $\phi^T$  phụ thuộc không định xứ vào các biến đầu

$$A_i^T = v(A_i + \dot{A}_i)v^{-1} = (\delta_{ij} - \partial_i \frac{1}{\partial^2} \partial_j)A_j = \delta_{ij}^T A_j, \quad \phi^T = v\phi, \quad (5)$$

$A_i^T$  là bất biến đối với phép biến đổi (3). Điều này có nghĩa là các biến (5) chỉ chứa các biến vật lý và không phụ thuộc vào các thành phần hoàn toàn chuẩn  $g(\vec{x}, t)$ , đòi hỏi bất biến tương đương với điều kiện ngang và không phải là giả thiết ban đầu

$$\partial_i A_i^T = 0, \quad \partial_i A_i^T = 0. \quad (6)$$

Dùng các biến  $A^T, \phi^T$ , ta có Lagrangian :

$$L(x) = \frac{1}{2} F_{0i}^2(A^T) - \frac{1}{4} F_{ij}^2(A^T) + (D_\mu^T \phi^T)^* D_\mu^T \phi^T - m^2 |\phi^T|^2.$$

(7) chỉ phụ thuộc các biến số ngang bất biến chuẩn  $A_i^T, \phi^T$ . Từ (7) suy ra phương trình động và các lượng  $F_{0i}, A_0^T, J_0^T, J_i^T$

$$A_i^T(x) = \delta_{ij}^T J_j^T, \quad (D_\mu^T)^2 - m^2 \phi^T(x) = 0, \quad (D_\mu^T)^2 - m^2 \phi^{*T} = 0.$$

Sử dụng các quy tắc thông thường, ta tính được xung lượng liên hợp chính tắc

$$F_{0i}(A^T) = \frac{\partial L}{\partial \dot{A}_i^T}, \quad \pi^T = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}^T}, \quad \pi^{*T} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}^{*T}}.$$

Dựa vào tensor Belifante,  $T_{\mu\nu} = F_{\mu\lambda} A_{\lambda\nu} + (D_\mu \phi)^* D_\nu \phi + D_\mu \phi (D_\nu \phi)^* - g_{\mu\nu} L$ , ta xác định  $H, P_k, M_{0k}, M_{ik}$

## 2. LƯỢNG TỬ HÓA VÀ CÁC TÍNH CHẤT BIẾN ĐỔI CỦA TRƯỜNG

Như trong [6, 11, 12] việc viết Hamiltonian tương tác dưới dạng N - tích là thừa số Spinor và sẽ dẫn đến mâu thuẫn với tính bất biến chuẩn. Vì vậy trong ĐDLHV chúng ta hành đối xứng hóa các toán tử không giao hoán với nhau theo "thứ tự Weyl". Cho phép thức giao hoán

$$\begin{aligned} i[E_i^T(\vec{x}, t), A_j^T(\vec{y}, t)] &= \delta_{ij}^T \delta^3(\vec{x} - \vec{y}), \\ i[\pi^T(\vec{x}, t), \phi^T(\vec{y}, t)] &= \delta^3(\vec{x} - \vec{y}), \\ i[\pi^{*T}(\vec{x}, t), \phi^{*T}(\vec{y}, t)] &= \delta^3(\vec{x} - \vec{y}). \end{aligned}$$

Thế vô hướng  $A_0^T$  được xác định qua  $\phi^T, A_i^T$  dựa vào (8) và thỏa mãn

$$[A_0^T(\vec{x}, t), \phi^T(\vec{y}, t)] = -\frac{e}{4\pi|\vec{x} - \vec{y}|} \phi^T(\vec{y}, t).$$

Các hệ thức giao hoán còn lại bằng không.

Dùng các hệ thức (10), (11), chứng minh được rằng  $H, P_k, M_{ik}, M_{0k}$  thỏa mãn toán tử của nhóm đầy đủ Poincaré trong sector vật lý của các trường chuẩn. Trong lý thuyết các hệ thức Heisenberg và tiêu chuẩn bất biến Lorentz của Schwinger được thỏa mãn. phép quay Lorentz vô cùng bé, các toán tử  $A_i^T, \phi_i^T$  nhận thêm những lượng bổ sung cho

$$\Lambda(x) = -\frac{e_k}{\partial^2} [A_k^T + \partial_k A_0^T], \quad A_0^T = -\frac{1}{\partial^2} J_0^T, \quad J_0^T = ie[\phi^{*T} \pi^T - \pi^{*T} \phi^T].$$

Các lượng này biến  $A_i^T$  thành trường ngang trong hệ tọa độ mới.

Hamiltonian được rút ra từ tensor năng xung lượng Belifante và các hệ thức giao hoán [11] cho ta phương trình đúng đắn ở dạng Hamilton:

$$\begin{aligned} \dot{\phi}^T(x) &= i[H, \phi^T(x)] = \pi^{*T}(x) - ieA_0^T \phi^T(x), \\ \dot{\pi}^T(x) &= i[H, \pi^T(x)] = D^T \phi^T(x) - m^2 \phi^T(x) - ieA_0^T(x) \pi^{*T}(x). \end{aligned}$$

Sau khi loại bỏ  $\pi^{*T}(x)$ , ta thu được phương trình chuyển động trùng với các phương trình dạng Lagrange (8)

Dựa trên lời giải tường minh của phương trình liên kết và việc chọn các biến chuẩn là một phương pháp lượng tử hóa hoàn chỉnh.

### 3. BIỂU DIỄN TƯƠNG TÁC

trên việc loại bỏ các biến số vật lý bằng cách giải tường minh phương trình Gauss, tích Wick và T - tích Dyson là trùng nhau. Tính bất biến chuẩn và tính unita của S - trận được tự động thỏa mãn. Chọn

$$= \text{Texp} \left\{ i \int d^4x [J_i^{T_{in}}(x) A_i^{T_{in}}(x) - e^2 A_i^{T_{in}}(x) |\phi^{T_{in}}(x)| + \frac{i}{2} J_0^{T_{in}}(x) \frac{1}{\partial^2} J_0^{T_{in}}(x)] \right\}, \quad (14)$$

tác phương trình chuyển động trong biểu diễn tương tác :

$$A_i^{T_{in}}(x) = 0, \quad (\partial_\mu^2 + m^2)\phi^{T_{in}} = 0, \quad (\partial_\mu^2 + m^2)\phi^{*T_{in}}(x) = 0. \quad (15)$$

g trình đối với véc tơ trạng thái Heisenberg thành :

$$= \int d^3x [J_i^{T_{in}}(x) A_i^{T_{in}}(x) - e^2 A_i^{T_{in}}(x) |\phi^{T_{in}}(x)| + \frac{1}{2} J_0^{T_{in}}(x) + \frac{1}{\partial^2} J_0^{T_{in}}(x)] \psi^{in}(t), \quad (16)$$

bất biến chuẩn của S - ma trận (16) không đòi hỏi phải định nghĩa lại T - tích.

tác giả chân thành cảm ơn G. S. Trần Hữu Phát, G. S. Đình Văn Hoàng, Đoàn Nhật Bằng Ngọc Long ... về sự thảo luận và đóng góp nhiều ý kiến quý báu.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Glashow. Nucl. Phys. **22**, 579 (1961)  
 einberg. Phys. Rev. Lett **19**, 1264 (1967)  
 lam. Elementary Particles Theory, Stockholm, Ed N. Swarholm, Almquest an J Weacell, **367** (1968).  
 entzel. Quantum Theory of Fiel, New York. Interscience Publishers Inc, (1969).  
 Bjorken, S. D. Drell. Relativistic Quantum Fields, New York McGraw - Hill, 1964-1965.  
 ykson, J. B. Zuber. Quantum Fields Theory. McGraw - Hill, 1978.  
 en Xuan Han, V. Pervushin. Modern Phys. Lett. A, **2**, 367 (1987)  
 en Xuan Han, V. Pervushin. Fortshritte der Physik No 8, 614 (1989)  
 Brown. Phys. Rev. **150**, 1333 (1966)  
 Zumino. Math. Phys. **1**, 1 (1960)  
 Polibarinov. Preprint Ps. 2421 Doubna (1965).  
 Khrivlovitch. ЖФ **10**, 409 (1969).  
 weber. Introduction to Relativistic Quantum Field. Theory (1963)

### g Dung, Nguyen Xuan Han - MINIMAL QUANTIZATION OF SCALAR ELECTRODYNAMICS

are two well-known problems in quantization of scalar electrodynamics  
 ivation of the self - consistent equations of motion for quantum theory;  
 isistent formulation of the interaction representation for the operator quantization.  
 work, we propose the solution to these problems in the frame of a minimal quantization method  
 e explicit solution of constraint equation.

ởn VLLT- DHTH Hà nội

Nhận ngày 20.3.1990