VỀ MA TRẬN CARTAN CỦA $F_p[GL_n(Z/p)]$ VÀ $F_p[M_n(Z/p)]$

Nguyễn Gia Định
Khoa Toán, Đại học Tổng hợp Huế

1. GIỚI THIỆU

Một trong các bài toán được quan tâm hàng đầu hiện nay trong lý thuyết đồng luân là việc phân rã không gian phân loại của một nhóm aben hữu hạn. Bài toán này được Harris và Kuhn quy về việc phân rã không gian phân loại của một p-nhóm aben sơ cấp, với p là một số nguyên tố [6]. Điều này dẫn đến là phải tìm hiểu về các biểu diễn bất khả quy của các đại số $M = F_p[M_n(Z/p)]$ và $G = F_p[GL_n(Z/p)]$, trong đó biết được ma trận Cartan của chúng là rất quan trọng và hữu ích. Tuy nhiên bài toán tìm ma trận Cartan của các biểu diễn modular là rất khó. Trường hợp n = 1 là tầm thường, ma trận Cartan trong trường hợp n = 3 và p = 2 được xác định trong [5]. Nói chung cho đến bây giờ có rất ít thông tin về ma trận Cartan của M và G.

Trong [6] Harris và Kuhn chứng minh được rằng đại số M (t. ư. G) có p^n (t. ư. $(p-1)p^{n-1}$) môđun bất khả quy phân biệt mà được ký hiệu là

$$\{S_{(\lambda_1,\dots,\lambda_n)} \mid 0 \le \lambda_k \le p-1, 1 \le k \le n\}$$

(t.ư. $\left\{S'_{(\lambda_1,\dots,\lambda_n)} \mid 0 \le \lambda_k \le p-1,\ 1 \le k \le n-1,\ 0 \le \lambda_n \le p-2\right\}$). Gọi $P_{(\lambda)}$ (t. ư. $P'_{(\lambda)}$) là phủ xạ ảnh của $S_{(\lambda)}$ (t.ư. $S'_{(\lambda)}$) và $e_{(\lambda)}$ (t.ư. $e'_{(\lambda)}$) là một phần tử lũy đẳng nguyên thủy trong M (t.ư. G) với $P_{(\lambda)} \cong Me_{(\lambda)}$ (t.ư. $P_{(\lambda)} \cong Ge'_{(\lambda)}$), trong đó λ là $\lambda_1,\dots,\lambda_n$ bất kỳ thỏa mãn như ở trên. Gọi $c_{\mu\lambda}$ (t.ư. $c'_{\mu\lambda}$) là số lần S_μ (t.ư. S'_μ) xuất hiện trong một dãy hợp thành của $P_{(\lambda)}$ (t.ư. $P'_{(\lambda)}$). Ma trận $(c_{\mu\lambda})$ (t.ư. $(c'_{\mu\lambda})$) cỡ $p^n \times p^n$ (t.ư. $(p-1)p^{n-1} \times (p-1)p^{n-1}$) được gọi là ma trận Cartan của M (t.ư. G). Ma trận Cartan của G là một ma trận đối xứng ([2], 83.10), ma trận Cartan của M cũng vậy.

Trong bài báo này, chúng tôi đưa ra một số trường hợp dẫn đến $c_{\mu\lambda} = 0$ và $c'_{\mu\lambda} = 0$. Ngoài ra từ kết quả của Glover ([4]), chúng tôi mô tả một cách cụ thể ma trận Cartan của M và G trong trường hợp n=2 và p là một số nguyên tố bất kỳ.

Tôi xin chân thành cảm ơn thầy hướng dẫn là PGS.TS. Huỳnh Mùi đã có nhiều gợi ý quý báu và tận tình giúp đỡ trong việc hoàn thành bài báo này.

2. CÁC BIỂU DIỄN BẤT KHẢ QUY CỦA M VÀ G

Tiếp sau việc xây dựng của James và Kerber trong chương 8 của [7] về các môđun bất khả quy của $F[GLn(F)]$ và $\overline{U}_F$ trong đó F là một trường bất kỳ $\overline{U}_F$ và là một F - đại số kết hợp nào đó, Harris và Kuhn mô tả các biểu diễn bất khả quy của M và G trong $6 của [6].

Với mỗi dãy $\alpha = (\alpha_1,\dots,\alpha_n)$ trong đó $\alpha_i - \alpha_{i+1} \ge 0, i = 1,\dots, n-1$ và $\alpha_n \ge 0$, tồn tại một M-môđun W^α có tính chất nó là một môđun con của $V \otimes \dots \otimes V$(m lần) trong đó $V = F_p^n$ và $m = \alpha_1 + \dots + \alpha_n$ ([7],8.1.6). W^α được gọi là môđun Weyl (trên F_p) và α được gọi là một phân hoạch của m. Tồn tại một dạng song tuyến tính $\phi^\alpha : W^\alpha \times W^\alpha \to F_p$ sao cho $\phi^\alpha(ax, y) = \phi^\alpha(x, a^t y)$ với $a \in M_n(Z/p)$ (a^t là chuyển vị của a), và $x, y \in W^\alpha$ ([7],8.2.8,8.2.11). Đặt

$W_{\perp}^{\alpha} = \{\omega \in W^{\alpha} \mid \phi^{\alpha}(\omega, \upsilon) = 0$ với mọi $\upsilon \in W^{\alpha}\}$, $\lambda_i = \alpha_i - \alpha_{i+1}$ với $1 \le i \le n-1$ và $\lambda_n = \alpha_n$. Ta có thể viết $S(\lambda_1,\dots,\lambda_n)$ thay vì $W^{\alpha}/W_{\perp}^{\alpha}$.

Định lý 2.1 ([6], §6). $Irr(M) = \{S_{(\lambda_1,\dots,\lambda_n)} \mid 0 \le \lambda_k \le p-1,\ 1 \le k \le n\}$,
$Irr(G) = \{S'_{(\lambda_1,\dots,\lambda_n)} \mid 0 \le \lambda_k \le p-1,\ 1 \le k \le n-1,\ 0 \le \lambda_n \le p-2\}$,
trong đó $S'(\lambda_1,\dots,\lambda_n) = \mathrm{Res}_G^M (S_{(\lambda_1,\dots,\lambda_n)})$.

Gọi $B(Z/p)_+^n$ là không gian phân loại của p- nhóm aben sơ cấp $(Z/p)^n$, cùng với một điểm gốc rời, nghĩa là $B(Z/p)_+^n \simeq B(Z/p)^n \vee S^0$ (trong bài báo này, các tương đương được hiểu là ổn định p-địa phương). Hạng tử ổn định của $B(Z/p)_+^n$ tương ứng với $S_{(\lambda)}$ (t. ư. $S'_{(\lambda)}$) được ký hiệu là $X_{(\lambda)}$ (t. ư. $X'_{(\lambda)}$).

Định lý 2.2 ([6], § 6).

(i) $B(Z/p)_+^n \simeq \vee_{(\lambda)} \dim S_{(\lambda)} X_{(\lambda)}$, $B(Z/p)_+^n \simeq \vee_{(\lambda)} \dim S'_{(\lambda)} X'_{(\lambda)}$,

(các tập chỉ số được cho trong 2.1.)

(ii) $X_{(\lambda_1,\dots,\lambda_{n-1},0)} \simeq X_{(\lambda_1,\dots,\lambda_{n-1})}$,

(iii) $X'_{(\lambda_1,\dots,\lambda_n)} \simeq X_{(\lambda_1,\dots,\lambda_n)}$, nếu $0 < \lambda_n < p-1$,

(iv) $X'_{(\lambda_1,\dots,\lambda_{n-1},0)} \simeq X_{(\lambda_1,\dots,\lambda_{n-1},0)} \vee X_{(\lambda_1,\dots,\lambda_{n-1},p-1)}$.

3. CÁC KẾT QUẢ CHÍNH

Định lý 3.1.

(i) Nếu $\lambda = (0,\dots,0)$ hay $\lambda = (p-1,\dots,p-1,k)$ với $1 \le k \le p-1$ thì $c_{\mu\lambda} = 1$ nếu $\mu = \lambda$ và 0 trong các trường hợp khác.

(ii) Nếu $\lambda = (p-1,\dots,p-1,k)$ với $0 \le k \le p-2$ thì $c'_{\mu\lambda} = 1$ nếu $\mu = \lambda$ và 0 trong các trường hợp khác.

Chứng minh : Với λ được cho ta chỉ cần chứng minh $Me(\lambda)$ và $G'e(\lambda)$ là bất khả quy. (ii) Kết quả có ngay từ [9] với chú ý là $S'_{(p-1,\dots,p-1,k)} = St_k$ với $0 \le k \le p-2$, trong đó St_0 là biểu diễn Steinberg.

(i) Vì $X_{(0,\dots,0)} \simeq X_{(0)} \simeq S^{(0)}$ (2.2(ii),(iii) nên $c_{(0,\dots,0)}$ là ma trận 0. Do đó dim $Me_{(0,\dots,0)} = 1$ hay $Me_{(0,\dots,0)}$ là bất khả quy. Với $1 \le k \le p-2$, $e(p-1,\dots,p-1,k)$ và $e'(p-1,\dots,p-1,k)$ liên hợp với nhau trong G (2.2(iv), nên theo trên $Ge_{(p-1,\dots,p-1,k)}$ là bất khả quy. Do đó $Me_{(p-1,\dots,p-1,k)}$ là bất khả quy với $1 \le k \le p-2$. Còn với $k = p-1$ thì chứng minh tương tự như trong 2.1 của [5] ta cũng có $Me_{(p-1,\dots,p-1)}$ là bất khả quy.

Dựa vào các kết quả của Glover ([4]), ma trận Cartan của G và M trong trường hợp $n = 2$ được mô tả cụ thể trong hai định lý dưới đây. Ký hiệu A_k và B_k là hai ma trận cỡ $k \times k$ như sau:

$$A_k = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B_k = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

và I_k là ma trận đơn vị cỡ $k \times k$.

Định lý 3.2. Với n = 2, tồn tại một sắp xếp các G- môđun bất khả quy sao cho ma trận Cartan của G là một ma trận khối gồm p khối trong đó có p-1 khối A_{p-1} và một khối cuối là I_{p-1}.

Chứng minh: Từ 6.1 của [4], $Ge'_{(\lambda_1,\lambda_2)}$ có các nhân tử hợp thành như sau:

1) $S'_{(0,\lambda_2)}$ với độ bội 2 và $S'_{(p-3,\lambda_2+1)}$ với độ bội 1 nếu $\lambda_1 = 0$;

2) $S'_{(\lambda_1,\lambda_2)}$ với độ bội 2 và $S'_{(p-3-\lambda_1,\lambda_1+\lambda_2+1)}$ với độ bội 1 và $S'_{(p-1-\lambda_1,\lambda_1+\lambda_2)}$ với độ bội 1, nếu $1 \le \lambda_1 \le p-2$;

3) $S'_{(p-1,\lambda_2)}$ với độ bội 1, nếu $\lambda_1 = p-1$.

Do kết quả có ngay từ cách sắp xếp sau đây. Các $S'_{(\lambda_1,\lambda_2)}$ được sắp xếp theo p nhóm, p-1 nhóm đầu theo thứ tự tăng dần của $i \equiv (\lambda_1 + 2\lambda_2) \pmod{p-1}$ với $0 \le i \le p-2$ và $0 \le \lambda_1 \le p-2$, và nhóm cuối có thứ tự là $\{S'_{(p-1,0)}, \dots, S'_{(p-1,p-2)}\}$. Trong nhóm thứ i có thứ tự như sau: $\{S'_{2\ell,k-\ell}, S'_{(p-3-2\ell,k+\ell+1)}\}$ với ℓ tăng dần từ 0 đến $\frac{p-3}{2}$ nếu i = 2k, và $\{S'_{(p-2\ell-2,k+\ell+1)}, S'_{2\ell+1,k-\ell}\}$ với ℓ tăng dần từ 0 đến $\frac{p-3}{2}$ nếu i = 2k + 1, ở đây $\lambda_2 \in Z/(p-1)$.

Hệ quả 3.3. Với n = 2, G có 2p - 2 phần tử lũy đẳng khối.

Chứng minh : Kết quả có ngay từ 55.1 của [2] và 3.2.

Định lý 3.4. Với n = 2, tồn tại một sắp xếp các M-môđun bất khả quy sao cho ma trận Cartan của M là một ma trận khối gồm p khối theo thứ tự $C_1, \dots, C_{p-1}, I_p$, trong đó

$$C_1 = C_{p-1} = B_p, \; C_k = C_{p-k} = \begin{pmatrix} B_{k+1} & 0 \\ D & A_{p-k-1} \end{pmatrix}, \; 2 \le k \le \frac{p-1}{2}, \text{ với}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

Chứng minh: Từ 6. 1 và 7.1 của [4], $Me_{(\lambda_1, \lambda_2)}$ có các nhân tử hợp thành như sau:

1) $S_{(0,0)}$ với độ bội 1 nếu $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$;

2) $S_{(0,\lambda_2}$ với độ bội 2 và $S_{(p-3, \lambda_{2+1})}$ với độ bội 1 nếu $\lambda_1 = 0$ và $0 < \lambda_2 < p-1$;

3) $S_{(0,\ p-1)}$ với độ bội 2 và $S_{(p-3,1)}$ với độ bội 1 và $S_{(p-1,\ 0)}$ với độ bội 1 nếu $\lambda_1 = 0$ và $\lambda_2 = p - 1$;

4) $S_{(\lambda_1, 0)}$ với độ bội 1 và $S_{(p-\lambda_1-1, \lambda_1)}$ với độ bội 1 nếu $\lambda_2 = 0$ và $1 \le \lambda_1 \le p-1$

5) $S_{(p-1-\lambda_2, \lambda_2)}$ với độ bội 2, $S_{(\lambda_2-2,\ 1)}$ với độ bội 1, $S_{(\lambda_2,\ p-1)}$ với độ bội 1 và $S_{(\lambda_2, 0)}$ với độ bội 1 nếu $1 \le \lambda_2 \le p-2$ và $\lambda_1 = p-1-\lambda_2$;

6) $S_{(\lambda_1, \lambda_2)}$ với độ bội 2, $S_{(p-3-\lambda_1, \lambda_1+\lambda_2+1)}$ với độ bội 1 và $S_{(p-1-\lambda_1, \lambda_1+\lambda_2)}$ với độ bội 1 nếu $1 \le \lambda_1 \le p-2$, $\lambda_2 > 0$ và $\lambda_2 \ne p-1-\lambda_2$;

7) $S_{(p-1, \lambda_2)}$ với độ bội 1 nếu $\lambda_2 > 0$ và $\lambda_1 = p-1$.

Do kết quả có ngay từ cách sắp xếp sau đây. Các $S_{(\lambda_1, \lambda_2)}$ được sắp xếp theo p nhóm, p - 1 nhóm đầu theo thứ tự tăng dần của $i \equiv (\lambda_1 + 2\lambda_2) \pmod{p-1}$ với $1 \le i \le p-1$ trong đó $(\lambda_1, \lambda_2) \notin \{(0,0), (p-1,1), \ldots, (p-1, p-1)\}$ và nhóm cuối có thứ tự là $\{S_{(0,0)}, S_{(p-1,1)}, \ldots, S_{(p-1,p-1)}\}$. Trong nhóm thứ i có thứ tự như sau:

$$\Big\{ S_{(k,0)}, S_{(p-1-k,k)}, \{S_{k-2\ell,1)}, S_{(p+2\ell-1-k,k-\ell)}\}_{1\le\ell\le\left[\frac{k}{2}\right]},$$

$$\{S_{(k+2\ell-2,p-\ell)}, S_{(p-2\ell-1-k,k+\ell)}\}_{1\le\ell\le\left[\frac{p-1-k}{2}\right]} \Big\} \text{ nếu } 0 \le k \le \frac{p-1}{2}, \text{ và}$$

$$\Big\{ S_{(k,0)}, S_{(p-1-k,k)}, \{S_{(k+2\ell-2,p-\ell)}, S_{(p-2\ell-1-k,k+\ell)}\}_{1\le\ell\le\left[\frac{p-1-k}{2}\right]},$$

$$\{S_{(k-2\ell,\ell)}, S_{(p+2\ell-1-k,k-\ell)}\}_{1\le\ell\le\left[\frac{k}{2}\right]} \Big\} \text{ nếu } \frac{p+1}{2} \le k \le p-1.$$

Hệ quả 3.5. Với n=2, M có 2p - 1 phần tử lũy đẳng khối.

Chứng minh: Kết quả có ngay từ 55.1 của [2] và 3.4.

Xét $F_p[x_1,\dots,x_n]$ là vành đa thức theo n biến trên trường F_p, vành này được tác động bên trái bởi $M_n(Z/p)$ theo cách thông thường. Do đó vành đa thức bị chặt $F_p[x_1,\dots,x_n]/\left(x_1^{p^k},\dots,x_n^{p^k}\right)$ cũng được xem là một $M_n(Z/p)$ - môđun trái.

Với k > 0, đặt $\Lambda_k = \{(\lambda_1,\dots,\lambda_n) \mid 0 \le \lambda_i \le p-1$ với $1 \le i \le k$, $\lambda_k \ne 0$, $\lambda_{k+1} = \dots = \lambda_n = 0\}$, và $\Lambda_0 = \{(0,\dots,0)\}$. Rõ ràng các M-môđun bất khả quy phân biệt có tập chỉ số là $\bigcup_{k=0}^{n} \Lambda_k$.

Định lý 3.6. Với bất kỳ $\lambda \in \Lambda_k (k \ge 0)$, $c_{\mu\lambda} = 0$ nếu $S_{(\mu)}$ không là một nhân tử hợp thành của $F_p[x_1,\dots,x_n]/(x_1^{p^k},\dots,x_n^{p^k})$.

Chứng minh : Theo 2.2, tồn tại một phần tử lũy đẳng e trong M sao cho $Me_{(\lambda)}$ là một hạng tử của Me và $eB(Z/p)_+^n \cong B(Z/p)_+^k$. Từ 2.6 của [5], ta có đẳng cấu không gian vectơ $e_{(\mu)}Me \cong e_{(\mu)}\mathrm{Hom}_A(\tilde{H}^*(B(Z/P)_+^k), \tilde{H}^*(B(Z/p)_+^k)))$, trong đó A là đại số Steenrod mod p và đối đồng điều được lấy hệ số trên trường F_p. Do đó từ [1] ta có $e_{(\mu)} = Me \cong e_{(\mu)}F_p[M_{n,k}(Z/p)]$. Theo 1.8 và 1.9 của [8] $\dim e_{(\mu)}F_p[M_{n,k}(Z/p)] = \dim e_{(\mu)}F_p[x_1,\dots,x_n]/(x_1^{p^k},\dots,x_n^{p^k})$. Độ bội của $S_{(\mu)}$ trong M-môđun Me bằng $\dim e_{(\mu)}Me$ ([2], 54.16), vì vậy bằng $\dim e_{(\mu)}F_p[x_1,\dots,x_n]/(x_1^{p^k},\dots,x_n^{p^k})$, tức là bằng độ bội của $S_{(\mu)}$ trong M-môđun $F_p[x_1,\dots,x_n]/(x_1^{p^k},\dots,x_n^{p^k})$ ([2], 54. 16). Do đó nếu $S_{(\mu)}$ không là một phần tử hợp thành của $F_p[x_1,\dots,x_n]/(x_1^{p^k},\dots,x_n^{p^k})$ thì $S_{(\mu)}$ cũng không là một nhân tử hợp thành của Me. Điều này suy ra $c_{\mu\lambda} = 0$.

Trong F_{p^n}, chọn một phần tử ω sao cho ω sinh ra nhóm cyclic gồm các phần tử khả đảo trong F_{p^n}, nghĩa là $F_{p^n}^* = <\omega>$ và $\left\{\omega, \omega^p, \dots, \omega^{p^{n-1}}\right\}$ tạo thành một cơ sở của F_{p^n} trên F_p ([3]). Gọi $p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{n-1}x^{n-1} + x^n$ là đa thức tối thiểu của ω. Gọi

$$\theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_{n-1} \end{pmatrix}$$

là ma trận cỡ n × n trên F_p biểu diễn phép nhân với ω theo cơ sở $\{1, \omega, \dots, \omega^{n-1}\}$. Khi đó đối với tác động của θ lên $S_{(\lambda)}$, có các giá trị riêng dạng ω^j với $j \equiv m_\lambda \pmod{p-1}$, trong đó $\lambda = (\lambda_1,\dots,\lambda_n)$ và $m_\lambda = \sum_{k=1}^{n} k\lambda_k$. Ngoài ra bằng cách đặt $g_i = \sum_{j \equiv i (\mathrm{mod}\, p-1)} e_j$, trong đó $e_j = -\sum_{k=0}^{p^n-2} \omega^{-kj}\theta^k$ và $F_{p^n}\left[F_{p^n}^*\right]e_j$ là các biểu diễn một chiều phân biệt của $F_{p^n}^*$ trên

$_{p^n}$. chúng tôi có được các g_i $(0 \le i \le p-2)$ là các phần tử lũy đẳng trực giao nguyên thủy ó tổng bằng 1 trong $F_p[F_p^*]$.

Bổ đề 3.7. Các giá trị riêng của tác động θ lên Mg_i và Gg_i là ω^j với $j \equiv i \pmod{p-1}$.

Chứng minh : ω^j là một giá trị riêng của tác động của θ lên Mgi nếu và chỉ nếu $F_{p^n}\left[F^*_{p^n}\right]e_j$ là một nhân tử hợp thành của $F_{p^n}[M_n(Z/p)]g_i$. Điều này tương đương với $e_j\left(F_{p^n}[M_n(Z/p)]g_i\right) \neq 0$ ([2], 54.12). Điều này xảy ra nếu và chỉ nếu $e_j g_i \neq 0$ (vì g_i huộc tâm của $F_{p^n}[M_n(Z/p)]$, nghĩa là $j \equiv i \pmod{p-1}$. Trường hợp sau được chứng minh hoàn toàn tương tự.

Định lý 3.8. $c_{\mu\lambda} = 0$ và $c'_{\mu\lambda} = 0$ nếu $m_\mu \equiv m_\mu \pmod{p-1}$.

Chứng minh : $Me_{(\lambda)}$ (t.ư. $Ge'_{(\lambda)}$) là một hạng tử của Mg_i (t.ư. Gg_i), trong đó $i \equiv m_\lambda \pmod{p-1}$. Vì vậy theo bổ đề trên, các giá trị riêng của tác động của θ lên $Me(\lambda)$ (t.ư. $Ge'(\lambda)$) có dạng ω^j với $j \equiv m_\lambda \pmod{p-1}$. Ngoài ra các giá trị riêng của tác động của θ lên $S_{(\mu)}$ cũng như $S'_{(\mu)}$ là có dạng ω^j với $j \equiv m_\mu \pmod{p-1}$. Do đó nếu $S_{(\mu)}$ là một nhân tử hợp thành của $Me_{(\lambda)}$ thì $m_\mu \equiv m_\lambda \pmod{p-1}$. Định lý được chứng minh.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. J.F. Adams, J.H.Gunawardena, and H.R.Miller, The Segal conjecture for elementary abelian p-group; Topology 24 (1985), 435-460.

2. C.W. Curtis and I.Reiner, "Representation Theory of Finite Groups and Associative Algebras," Wiley, 1962.

3. H. Davenport, Bases for finite fields, J.London Math.Soc. 65 (1968), 21-39.

4. D.J. Glover, A study of certain modular representations, J.Algebra 51 (1978), 425-475.

5. J.C.Harris, T.J. Hunter, and R.J. Shank, Steenrod algebra module maps from $H^*(B(Z/p)^n)$ to $H^*(B(Z/p)^s)$, Proc. AMS 112 (1) (1991), 245-257.

6. J.C. Harris and N.J. Kuhn, Stable decompositions of classifying spaces of finite abelian p-groups, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 103 (1988), 427-449.

7. G. James and A. Kerber, "The Representation Theory of the Symmetric Group," Encyclopedia of Math. and its Applications, 16, Addison-Wesley, 1981.

8. N.J. Kuhn, The Morava K-theory of some classifying spaces, Trans. Amer. Math. Soc. 304 (1987), 193-205.

9. S.A Mitchell, Finite complexes with A(n)-free cohomology, Topology 24 (1985), 227-248

VNU. Journal of science. Nat. sci. t.XI, n°3 - 1995

ON THE CARTAN MATRICES OF $F_p[M_n(Z/p)]$ AND $F_p[GL_n(Z/p)]$

Nguyen Gia dinh

Hue University

One of the most significant problems is homotopy theory at present has been the problem of finding stable splittings of an abelian p-group into wedge summands, completed at p (here p is an prime number). Harris and Kuhn reduced this problem to the special case of an elementary abelian p- group. Hence we have to consider the irreducible representations of the algebras $F_p[M_n(Z/p)]$ and $F_p[GL_n(Z/p)]$, in which it is very important and useful to know about their Cartan matrices. Till now there are few informations about the Cartan matrices.

In this paper, we describe explicitly the Cartan matrices of $F_p[M_n(Z/p)]$ and $F_p[GL_n(Z/p)]$ when n = 2 and p is an arbitrary prime number. For n > 2, we introduce some important informations to determine some entries of these matrices.