LƯỚI PETRI SUY RỘNG

TRẦN THỌ CHÂU

1 Mở đầu :

Trong bài báo của R. Valk (Universi ty Hamburg) năm 1977 đã đưa ra một mô hình mới: các lưới tự mô tả (self-modifying nets), một kiểu mở rộng tự nhiên của các lưới Pêtri. Loại lưới Pêtri tự mô tả này xem như là một đa – đồ thị, trong đó mỗi cung có dạng o $\xrightarrow[\varrho]{}$ ▮ và ▮ $\xrightarrow[\varrho]{}$ o. Ở đây ký hiệu o là vị trí (place). ▮ là thanh chuyền (transi tion) và ϱ có thể là 1 hoặc trùng với một vị trí p nào đó của lưới. Nếu $\varrho = 1$ thì khi đó cung có dạng o $\xrightarrow[\varrho]{}$ ▮ hoặc ▮ $\longrightarrow$ o, và khi hoạt động thanh chuyền sẽ chuyền đi hoặc mang đến cho vị trí một kích động•(token). Nếu $\varrho = p$ nào đó thì khi hoạt động thanh chuyền sẽ chuyền đi hoặc mang đến cho vị trí số kích động • bằng số kích động • có mặt trong vị trí p tại thời điểm lưới đang làm việc. Bằng loại lưới tự mô tả này, R. Valk đã chứng minh được một số kết quả rất lý thú về tính chất đặc trưng của lớp ngôn ngữ sinh ra bởi lưới tự mô tả (xem [3]).

Bây giờ thay đổi chút ít về cấu trúc của lưới Petri suy rộng này, sẽ nhận được một lớp lưới mới (ký hiệu là SM–II) bằng cách : loại lưới Petri–suy rộng loại II này cũng là một đa–đồ thị hữu hạn, trong đó mỗi cung có dạng :

o $\xrightarrow{\alpha\varrho \overset{+}{\div} \beta}$ ▮ và ▮ $\xrightarrow{\alpha\varrho \overset{+}{\div} \beta}$ o . Ở đây các hằng số $\alpha, \beta, \in$, I – tập hữu hạn số tự nhiên không âm và $\alpha\varrho \div \beta := \begin{cases} \alpha\varrho - \beta \\ \text{nếu } \alpha\varrho > \beta \\ 0, \text{ còn lại} \end{cases}$

Hơn nữa, trong khi hoạt động thanh chuyền sẽ chuyền đi hoặc mang đến cho vị trí số kích động bằng α lần số kích động có mặt trong vị trí ϱ và cộng (hoặc trừ $(\div)$) β kích động. Bằng loại lưới SM–II, chứng minh được rằng: hai lớp lưới Petri-suy rộng trên là trùng nhau.

2 Các định nghĩa :

Ký hiệu N là tập số tự nhiên không âm. Một lưới mô tả SM — II là một bộ năm $N = (P, T, \text{pre}, \text{post}, M_0)$ trong đó : $P = [p_1, p_2, \ldots, p_a)$ (places), $T = [t_1, t_2, \ldots t_b]$ (transitions) $P \wedge T = \phi$. M_0 – là véto α |– chiều, gọi là bô đánh dấu ban đầu.

pre — là ánh xạ của tập $P \times P_1 \times T$ vào $\mathbb{N}$ và

poat — là ánh xạ của tập $T \times P_1$ P vào $\mathbb{N}$;

$P_1 = P \cup [1]$. Một bộ đánh dấu M là một vectơ a– chiều :

$M = (M(p_1), M(p_2), \ldots, M(p_a)) \in \mathbb{N}^a$, trong đó : $M(p_i)$ là số kích động có mặt trong vị trí P_i.

Các hàm pre — và post — được xác định như sau:

$$\text{pre}(p, \varrho, t) := \begin{cases} \alpha, \text{ nếu } \varrho = 1 \text{ và } \underset{p}{o} \xrightarrow{\alpha} \underset{t}{\blacksquare} \\ \alpha . M(p') + \beta, \text{ nếu } \varrho = p' \in P \text{ và } \underset{p}{o} \xrightarrow{\alpha\varrho+\beta} \underset{t}{\blacksquare} \\ \alpha . M(p') \dot{-} \beta, \text{ nếu } \varrho = p' \in P \text{ và } o \xrightarrow[\alpha\varrho\dot{-}\beta]{} \blacksquare \end{cases}$$

$$\text{post}(t, q, p) := \begin{cases} \alpha, \text{ nếu } \varrho = 1 \text{ và } \underset{t}{\blacksquare} \xrightarrow{\alpha} \underset{p}{o} \\ \alpha . M(p') + \beta, \text{ nếu } \varrho = p' \in P \text{ và } \underset{t}{\blacksquare} \xrightarrow{\alpha\varrho+\beta} \underset{p}{o} \\ \alpha . M(p') \dot{-} \beta, \text{ nếu } \varrho = p' \in P \text{ và } \underset{t}{\blacksquare} \xrightarrow{\alpha\varrho\dot{-}\beta} \underset{p}{o} \end{cases}$$

Thanh chuyền t được gọi là phát hỏa được (firable) tại M

$$\mathbb{N}^a, \text{ nếu } \forall p \in p: M(p) \geqslant \sum_{q \in P_1} \text{pre}(p, \varrho, t).$$

Thanh chuyền t được gọi là phát hỏa được từ M đến M: $M \xrightarrow{t} M'$: $\leftrightarrow$ t phát hỏa được tại M và $\forall p \in P$:

$$M'(p) = M(p) - \sum_{q \in P_1} \text{pre}(p, \varrho, t) + \sum_{\varrho \in P_1} \text{post}(t, \varrho, p)$$

Đối với mỗi từ $W = t_{i1} t_{i2} \dots t_{in} \in T^*$, và hai bộ đánh dấu M và M', quan hệ phát hỏa $M \xrightarrow{W} M'$ được định nghĩa bằng đệ qui như sau:

$$M \xrightarrow{\lambda} M \ (\lambda - \text{từ rỗng}) \text{; và}$$

$\forall W \in T^* \ \forall t \in T: M \xrightarrow{wt} M' : \leftrightarrow \exists M'' : M \xrightarrow{W} M'' \wedge M'' \xrightarrow{t} M'$.

Giả sử N (P, T, pre, post, M_0) là lưới mô tả; $m_t \leqslant \mathbb{N}^a$ — gọi là tập kết; $h: T \to X \cup [\lambda]$ — hàm gán nhãn (labelling function). Khi đó bộ N' = (P, T, pre post, M_0, m_t, h, X) — là lưới gán nhãn — có tập kết.

Giả sử N — là lưới gán nhãn — có tập kết.

Khi đó $L_0(N) = [h(w) \mid \exists M \in m_t : M_0 \xrightarrow{W} M]$, trong đó $h^*: T^* \to X^*$ là hàm suy rộng của h trên T.

h — được gọi là λ — tự do, nếu $h(t) \neq \lambda \ \forall t \in T$. Nếu hàm pre; $P \times [1] \times T \to \mathbb{N}$, khi đó ta được lưới mở rộng PSM (post—modifying—nets).

Ký hiệu: $L_0^{\lambda}(SM) := [L_0(N) \mid N$ — lưới SM với h là λ — tự do $]$,
$L_0(SM) := [L_0(N) \mid N$ — lưới SM $]$

3. Các kết quả:

Định lý 1 (R. Valk)

a) $L_R = [W W^R \mid W \in [x_1, x_2]^*] \in L_0$ (BM), trong đó từ W^R là từ ngược của từ W trên $X = [x_1, x_2]$.

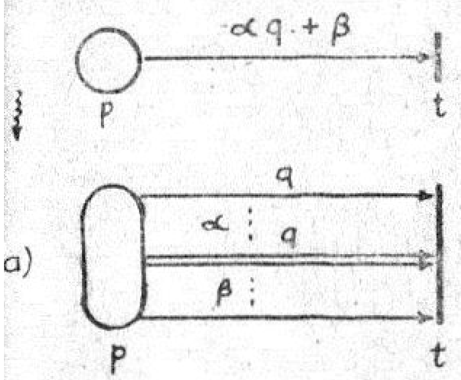
b) $L_R \in L_0^{\lambda}$ (PSM) và $L_{R_y} \in L_0$ (PSM), trong đó $L_{R_y} = [W W^R{}_y f(W) \mid W \in [x_1, x_2]^*]$ và $f(W) :=$ IF $\lg(W) \geqslant 3$ THEN $3\lg^{(w)-2}$ ELSE O.

Chứng minh: xem [3]

Định lý 2: L_0 (SM) = L_0 (SM — II) *hứng minh*: Dễ dàng nhận thấy rằng: mỗi ngôn ngữ sinh bởi lưới tự mô tả — M cũng sinh bởi lưới tự mô tả — SM-II.

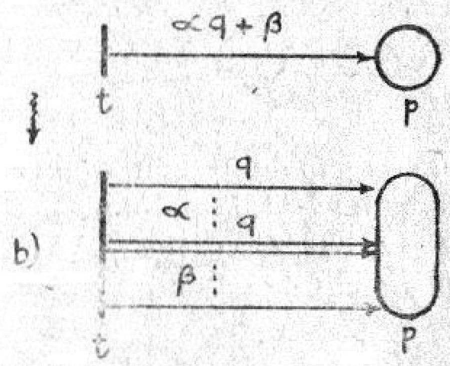
Ngược lại, mỗi một ngôn ngữ sinh bởi lưới tự mô tả SM-II cũng sinh bởi lưới ự mô tả — SM bằng cách:

ối với mỗi cung có dạng: ta ặt tương ứng:



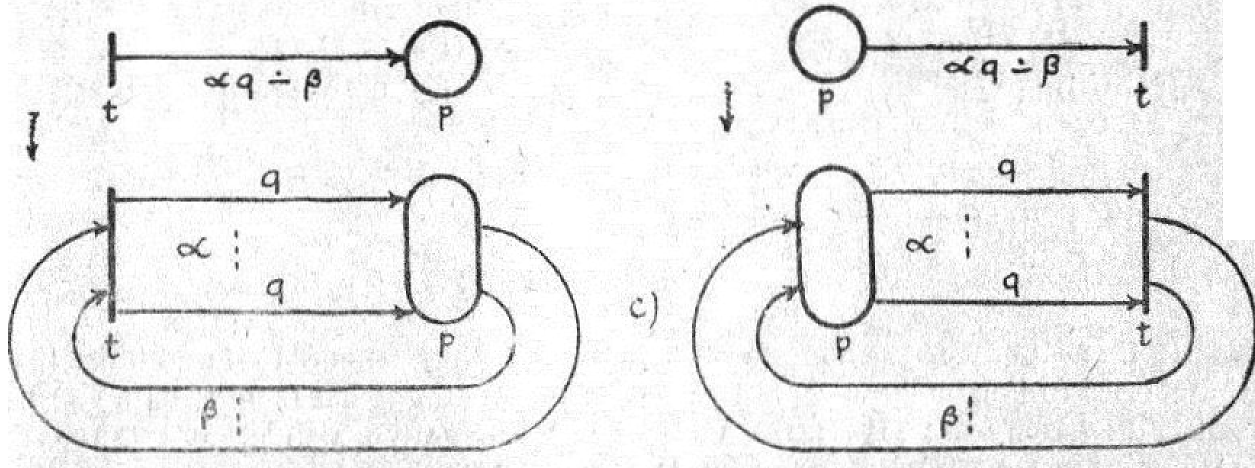
a)

Đối với mỗi cung có dạng: ta đặt tương ứng:



b)

ối với mỗi cung có dạng: $\underset{p}{o} \xrightarrow[\alpha q \dot{-} \beta]{} \underset{t}{|}$ và $\underset{t}{|} \xrightarrow[\alpha q \dot{-} \beta]{} \underset{p}{o}$ ta đặt tương ứng ần lượt:



c)

iêng tập vào M'_o và tập kết m'_t sẽ nhận được từ M_o và m_t của lưới SM-II đã cho ằng cách: tại các tọa độ M(p) của vectơ M_o và m_t tăng lên β kích động (tokens) ối với các cung dạng: $\underset{p}{o} \xrightarrow[\alpha q \dot{-} \beta]{} \underset{t}{|}$ và $\underset{t}{|} \xrightarrow[\alpha q \dot{-} \beta]{} \underset{p}{o}$

àm h xác định: $h(t) = t \ \forall \ t \in T$. Dễ dàng kiểm tra được rằng: mỗi từ đoán hận được bởi lưới SM-II cũng đoán nhận được bởi lưới SM — vừa xây dựng.(QED)

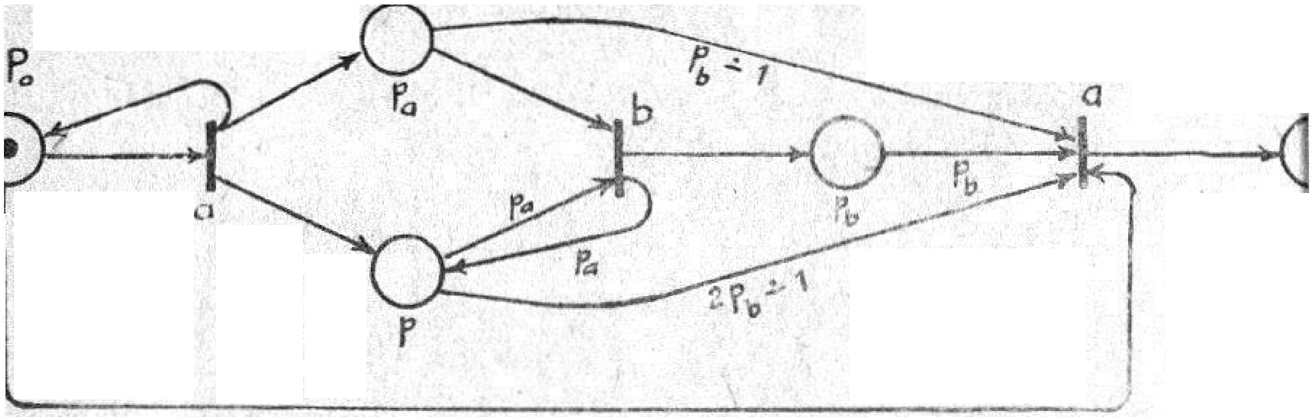
ịnh lý 3: Tồn tại ngôn ngữ L đoán nhận bởi lưới tự mô tả SM-II và không phải à phi-ngữ-cảnh.

hứng minh: Xét lưới SM-II sau đây:

$$M_o = (1,0,0,0,0)$$
$$M_f = (0,0,0,0,1)$$

ễ dàng nhận được ngôn ngữ phải tìm $L = L_o$ (SM-II)

$$= [\, a^i b^{j_1} a^{k_1} b^{j_2} \ldots a^{k_m-1} b^{j_m} a^1 \mid i \geqslant j_1 \geqslant 1,\ j_2 \geqslant 0, \ldots j_m \geqslant 0;$$
$$k_1 \geqslant 0, \ldots, k_m \geqslant 0 \wedge (i + k_1 + k_2 + \ldots + k_m) = 2(j_1 + j_2 + \ldots + j_m) - 1 \,]$$



Cuối cùng áp dụng điều kiện cần của ngôn ngữ phi-ngữ-cảnh:
Nếu ngôn ngữ L là phi-ngữ-cảnh thì tồn tại hằng số p sao cho: $\forall z \in L$ $|z| \geqslant p$ $\wedge$ $z = z_1uwv^nz_2$ với $uv \neq \lambda$ và $|uwv| \leqslant p$ thì $z_1u^nwv^nz_2 \in$ $(n = 1,2,\ldots)$ (xem /2/), chúng ta chứng minh được rằng: L_0 (SM-II) là không phi-ngữ-cảnh. (QED)

Tài liệu tham khảo

1. P.H.Sterke, Petri-netze, Akademie—Verlag 1980
2. B.M. ГЛУШКОВ, Алгебра языки программирование Кнев 1978
3. R.Valk. Self-modifying nets, Bericht IFI—HH—B—34/77
4. G.Girabowski, Lineare Methoden in der Theorie der vektoraddtionssysteme

TRẦN THỌ CHÂU

PETRI SELF -- MODIFYING – NET

In this paper we give a model of self – modifying — net SM - II and show that the classes of languages accepted by self – modifying — net from R.Valk and by self – modifying net SM - II are identical. Moreover we also give a language accepted by self — modifying — net SM - II which is not context – free.

Khoa Toán Cơ Tin học
Trường Đại học Tổng hợp Hà Nội.

Nhận bài ngày 9-10-1987.