VỀ SỰ TÁI CHUẨN HÓA MẪU WESS — ZUMINO

HÀ HUY BẰNG

I — Mở đầu

Kể từ khi ra đời cho đến nay đã hơn mười năm nhưng lý thuyết siêu đối xứng vẫn được nghiên cứu rộng rãi và thu hút nhiều sự quan tâm của các nhà vật lý lý thuyết. Sở dĩ như vậy vì lý thuyết đối xứng là lý thuyết đầu tiên cho ta khả năng kết hợp đối xứng nội tại của các hạt cơ bản với các tính chất đối xứng của không thời gian một cách không tầm thường và không chứa đựng mâu thuẫn. Ngoài ra ta biết rằng việc nghiên cứu sự tái chuẩn hóa của các mẫu lý thuyết trường là một đòi hỏi cấp thiết và do đó đã có nhiều công trình đề cập đến sự tái chuẩn hóa mẫu siêu đối xứng vô hướng đơn giản và phổ biến nhất là mẫu Wess—Zumino [1—5].

Đáng chú ý là bằng một phương pháp tích phân phiếm hàm cho siêu trường Huq [5] đã dẫn ra các đồng nhất thức Ward cho bất biến siêu đối xứng. Trên cơ sở đó Huq đã dễ dàng thu được các kết quả ở [1, 2], trong đó đặc biệt có kết quả là khi tái chuẩn hóa mẫu Wess—Zumino thì chỉ cần duy nhất một hằng số tái chuẩn hóa hàm sóng mà không cần các số hạng phản về khối lượng cũng như hằng số tương tác. Phương pháp vừa kể trên tiện lợi và đơn giản hơn nhiều so với phương pháp được sử dụng ở [1 — 4].

Trong bài báo này chúng tôi sẽ sử dụng phương pháp tích phân phiếm hàm cho siêu trường để rút ra kết luận sau: không có dị thường trong đồng nhất thức Ward cho bất biến chiral bị phá vỡ, tức là khi tái chuẩn hóa mẫu Wess—Zumino thì các đồng nhất thức cho bất biến siêu đối xứng và cho bất biến chiral bị phá vỡ kéo theo một sự tái chuẩn hóa hàm sóng là đủ để tái chuẩn hóa lý thuyết.

II Đồng nhất thức Ward cho bất biến Chiral bị phá vỡ

Theo [6] qui luật biến đổi của siêu trường chung $\phi(x, \theta)$ dưới phép biến đổi chiral là như sau:

$$\delta\Phi(x, \theta) = -(\gamma_5\,\theta)_\alpha \frac{\partial}{\partial\theta_\alpha}\,\Phi(x, \theta) \tag{1}$$

Tác dụng toán tử $-\dfrac{1}{\Box}\,\overline{D}\,\dfrac{1 \mp i\gamma_5}{2}\,D\overline{D}\,\dfrac{1 \mp i\gamma_5}{2}\,D$ lên hai vế (1) và chú ý tới hệ thức giao hoán

$$\left[D_\alpha,\ (\gamma_5\,\theta)_\alpha \frac{\partial}{\partial\theta_\alpha}\right] = (\gamma_5\,D)_\alpha \tag{2}$$

ta suy ra quy luật biến đổi của siêu trường chiral là

$$\delta\Phi_{\pm}(x,\theta) = -(\gamma_5\theta)_\alpha \frac{d}{d\theta_\alpha}\,\Phi_{\pm}(x,\theta) \tag{3}$$

Để tính biến thiên của tác dụng [5, 7]

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\bar{D}D\int d^4x\left\{\frac{1}{4}\bar{D}D\left[\Phi_+(x,\theta)\Phi_-(x,\theta)\right] - \frac{1}{2}M\left[\Phi^2_+(x,\theta) + \Phi^2_-(x,\theta)\right] - \frac{1}{3}g\left[\Phi^3_+(x,\theta) + \Phi^3_-(x,\theta)\right]\right\} \tag{4}$$

ta hãy tính biến thiên của từng số hạng của nó. Trước hết bằng cách lấy tích phân từng phần ta được

$$\delta\int d^4x\,\frac{1}{8}\left(\bar{D}D\right)^2\left(\Phi_+\Phi_-\right) = 0 \tag{5}$$

Bên cạnh đó

$$\delta\left[-\frac{1}{4}M\int d^4x\,\bar{D}D(\Phi^2_+ + \Phi^2_-)\right] = -\frac{1}{4}M\int d^4x\,\bar{D}D\left[(\gamma_5\theta)_\alpha\frac{d}{d\theta_\alpha}(\Phi^2_+ + \Phi^2_-)\right] \tag{6}$$

Đến đây áp dụng đồng nhất thức

$$\bar{D}D(\gamma_5\theta)_\alpha\frac{d}{d\theta_\alpha} = (\gamma_5\theta)_\alpha\frac{d}{d\theta_\alpha}\bar{D}D + 2\bar{D}\gamma_5 D \tag{7}$$

và chú ý đến các hệ thức

$$\int d^4x\,(\gamma_5\theta)_\alpha\frac{d}{d\theta_\alpha}\bar{D}D\Phi^2_{\pm} = 0 \tag{8}$$

$$\bar{D}\gamma_5 D\Phi_{\pm} = \mp i\bar{D}D\Phi_{\pm} \tag{9}$$

ta đi đến kết quả

$$\delta\left[-\frac{1}{4}M\int d^4x\,\bar{D}D(\Phi^2_+ + \Phi^2_-)\right] = \frac{i}{2}M\int d^4x\,\bar{D}D(\Phi^2_+ - \Phi^2_-) \tag{10}$$

Tương tự ta cũng có

$$\delta\left[-\frac{1}{6}g\int d^4x\,\bar{D}D(\Phi^3_+ + \Phi^3_-)\right] = \frac{i}{3}g\int d^4x\,\bar{D}D(\Phi^3_+ - \Phi^3_-) \tag{11}$$

Từ (5), (10), (11) ta tìm được

$$\delta S = \int d^4x\,\bar{D}D\left[\frac{i}{2}M(\Phi^2_+ - \Phi^2_-) + \frac{i}{3}g(\Phi^3_+ - \Phi^3_-)\right] \tag{12}$$

Cuối cùng với phiếm hàm sinh được xác định bởi [5, 7]

$$W(J) = \int d[\Phi]\,\exp\left\{iS(\Phi) - \frac{i}{2}\bar{D}D\int d^4x\,[J_+(x,\theta)\Phi_+(x,\theta) + J_-(x,\theta)\Phi_-(x,\theta)]\right\} \tag{13}$$

ta thu được đồng nhất thức Ward cho bất biến chiral bị phá vỡ là

$$\int d^4x\,\bar{D}D\left[-\frac{1}{2}M\left(\frac{\delta^2 w}{\delta J^2_+} - \frac{\delta^2 w}{\delta J^2_-}\right) - \frac{g}{3}\left(\frac{\delta^3 w}{\delta J^3_+} - \frac{\delta^3 w}{\delta J^3_-}\right) + \left(J_+\frac{\delta w}{\delta J_+} - J_-\frac{\delta w}{\delta J_-}\right) - \frac{i}{2}(\gamma_5\theta)_\alpha\left(\frac{d}{d\theta_\alpha}J_+\frac{\delta w}{\delta J_+} + \frac{d}{d\theta_\alpha}J_-.\frac{\delta w}{\delta J_-}\right)\right] = 0 \tag{14}$$

III. Hệ quả của đồng nhất thức ward chiral cho sự tái chuẩn hóa mẫu wess – zumino

rước hết nhận xét rằng từ đồng nhất thức [7]

$$\frac{1}{2}\left(\overline{D}D\right)^2 = \overline{D}\,\frac{1 \pm i\gamma_5}{2}\,D\overline{D}\,\frac{1 \mp i\gamma_5}{2}\,D \mp \overline{D}\gamma_5 D \tag{15}$$

suy ra

$$\int d^4x\,\overline{D}D(\Phi + \overline{D}D\Phi_- - \Phi_-\overline{D}D\Phi_+) = 0 \tag{16}$$

ằng cách sử dụng các phương trình chuyển động

$$\overline{D}D\Phi_+ = 2M\Phi_- + 2J_- + 2g\Phi_-^2 \tag{17}$$

$$\overline{D}D\Phi_- = 2M\Phi_+ + 2J_+ + 2g\Phi_+^2 \tag{18}$$

à chú ý đến (16), đồng nhất thức (14) sẽ trở thành

$$\int d^4x\left\{-\frac{M^2}{6g}\overline{D}D\left(\frac{\delta w}{\delta J_+} - \frac{\delta w}{\delta J_-}\right) - \frac{iM}{6g}\overline{D}D(J_+ - J_-).w + \frac{1}{2}\overline{D}D\left[\frac{4}{3}\left(J_+\frac{\delta w}{\delta J_+} - J_-\frac{\delta w}{\delta J_-}\right) - i(\gamma_5\theta)_\alpha\left(\frac{d}{d\theta_\alpha}J_+.\frac{\delta w}{\delta J_+} + \frac{d}{d\theta_\alpha}J_-.\frac{\delta w}{\delta J_-}\right)\right]\right\} = 0 \tag{19}$$

Trong thuật ngữ phiếm hàm sinh $Z(J)$ cho các hàm Green liên kết định nghĩa bởi

$$Z(J) = -i\ln W(J) \tag{20}$$

ồng nhất thức Ward (19) có dạng

$$\int d^4x\left\{\frac{M^2}{6g}\overline{D}D\left(\frac{\delta Z}{\delta J_+}\;\frac{\delta Z}{\delta J_-}\right) + \frac{M}{6g}D\overline{D}(J_+ - J_-) - \frac{1}{2}\overline{D}D\left[\frac{4}{3}\left(J_+\frac{\delta z}{\delta J_+} - J_-\frac{\delta z}{\delta J_-}\right) - i(\gamma_5\theta)_\alpha \times \left(\frac{d}{d\theta_\alpha}J_+.\frac{\delta z}{\delta J_+} + \frac{d}{d\theta_\alpha}J_-.\frac{\delta z}{\delta J_-}\right)\right]\right\} = 0 \tag{21}$$

Để thuận lợi cho sự tái chuẩn hóa cần viết các đồng nhất thức Ward trong huật ngữ của các hàm Green bất khả qui hạt (1PI), hay là các hàm đỉnh. Chúng ược sinh bởi phiếm hàm sinh $\Gamma(\Psi)$ thu được từ $Z(J)$ bằng một phép biến ồi Legendre

$$\Gamma(\Psi) = Z(J) + \frac{1}{2}\overline{D}D\int d^4x\,(J_+\Psi_+ + J_-\Psi_-) \tag{22}$$

đây

$$\Psi_\pm = \frac{\delta Z}{\delta J_\pm},\quad J_\pm = -\frac{\delta\Gamma}{\delta\Psi_\pm} \tag{23}$$

Trong thuật ngữ « Γ » đồng nhất thức (21) sẽ là

$$\int d^4x\,\overline{D}D\left[\frac{M^2}{3g}(\Psi_+ - \Psi_-) - \frac{M}{3g}\left(\frac{\delta\Gamma}{\delta\Psi_+} - \frac{\delta\Gamma}{\delta\Psi_-}\right) + \frac{4}{3}\left(\frac{\delta\Gamma}{\delta\Psi_+}\Psi_+ - \frac{\delta\Gamma}{\delta\Psi_-}.\Psi_-\right) - i(\gamma_5\theta)_\alpha\left(\frac{d}{d\theta_\alpha}\frac{\delta\Gamma}{\delta\Psi_-}\Psi_+ + \frac{d}{d\theta_\alpha}\frac{\delta\Gamma}{\delta\Psi_-}.\Psi_-\right)\right] = 0 \tag{24}$$

Bây giờ ta hãy lấy làm đạo hàm phiếm hàm bậc nhất và bậc hai (24) theo Ψ_+ ồi cho tất cả $\Psi_\pm = 0$. Kết quả tương ứng là :

$$\frac{M^2}{g} - \frac{M}{g}\int d^4x\left(-\frac{1}{2}\overline{D}D\right)\frac{\delta^2\Gamma}{\delta\Psi_+(x,\theta)\,\delta\Psi_+(y,\theta_1)} = 0 \tag{25}$$

$$\frac{M}{3g}\int d^4x\,D\overline{D}\left(\frac{\delta^3\Gamma}{\delta\Psi_+(x,\theta)\,\delta\Psi_+(y,\theta_1)\,\delta\Psi_+(z,\theta)}\right) -$$

$$- \frac{4}{3} \int d^4x \, \overline{D} D \left[\frac{\delta^2 \Gamma}{\delta \Psi_+(x,\theta) \, \delta \Psi_+(y,\theta_1)} \delta(x,\theta; z,\theta_2) + \right.$$

$$\left. + \frac{\delta^2 \Gamma}{\delta \Psi_+(x,\theta) \, \delta \Psi_+(z,\theta_2)} \delta(x,\theta; y,\theta_1) \right] + i \int d^4x \, \overline{D} D \, .$$

$$. \left[(\gamma_5 \theta)_\alpha \frac{d}{d\theta_\alpha} \frac{\delta^2 \Gamma}{\delta \Psi_+(x_1,\theta) \, \delta \Psi_+(y,\theta_1)} \delta(x,\theta; z,\theta_2) + \right.$$

$$\left. + (\gamma_5 \theta)_\alpha \frac{d}{d\theta_\alpha} \frac{\delta^2 \Gamma}{\delta \Psi_+(x,\theta) \, \delta \Psi_+(z,\theta_2)} \delta(x,\theta; y,\theta_1) \right] = 0 \tag{26}$$

Trước hết dùng phép biến đổi Fourier để chuyển (25), (26) sang không gian xung lượng, sau đó sử dụng các điều kiện tái chuẩn hóa đã được chọn trong [5]

$$\Gamma_{++}(0;\theta_1,\theta_2) = \frac{1}{4} M_r(\overline{\theta}_1 - \overline{\theta}_2)(1 + i\gamma_5)(\theta_1 - \theta_2) \tag{27}$$

$$\Gamma_{+++}(0;\theta_1,\theta_2,\theta_3) = \frac{1}{8} g_r(\overline{\theta}_1 - \overline{\theta}_2)(1 + i\gamma_5)(\theta_1 - \theta_2)(\overline{\theta}_2 - \overline{\theta}_2)(1 + i\gamma_5)(\theta_2 - \theta_3$$

cuối cùng ta rút ra (28

$$M_r = ZM \tag{29}$$

$$g_r = Z^{3/2} g \tag{30}$$

Các hệ thức đó chứng tỏ rằng khi tái chuẩn hóa mẫu Wess – Zumino ta không cần các số hạng phản về khối lượng và hằng số tương tác. Kết quả này đã được Hu thực hiện với đồng nhất thức Ward cho bất biến siêu đối xứng còn ta vừa làm với đồng nhất Ward cho bất biến chiral bị phá vỡ. Như vậy ta đi đến kết luận rằng đối với các siêu trường chiral $\Phi_\pm(x,\theta)$ các đồng nhất thức Ward cho bất biến siêu đối xứng cùng với các đồng nhất thức Ward cho bất biến chiral bị phá vỡ kéo theo một sự tái chuẩn hóa hàm sóng là đủ để tái chuẩn hóa lý thuyết. Nói cách khác đồng nhất thức Ward chiral cho các siêu trường chiral là không có dị thường. Điều này tương tự kết quả Tsao [4] đã suy ra đối với đồng nhất thức Ward chiral cho các trường thành phần.

Phương pháp được sử dụng ở [5] và ở công trình này là rất có ích trong việc nghiên cứu sự tái chuẩn hóa lý thuyết siêu đối xứng.

Cuối cùng chúng tôi xin chân thành cảm ơn giáo sư tiến sĩ ĐÀO VỌNG ĐỨC đã nêu vấn đề và hướng dẫn tận tình để công trình được hoàn thành. Chúng tôi cũng muốn nhân dịp này cảm ơn các thành viên của Seminar Trung tâm — Vật lý Lý thuyết, Viện khoa học Việt Nam đã đóng góp nhiều ý kiến quý báu.

Tài liệu tham khảo

1. J. Wess and B Zumino, phys. letters B49, 52 (1974).
2. J. Iliopoulos and B. Zumino, Nucl. Phys. B76, 310 (1974).
3. O. Piguet and M. Schweda, Nucl. Phys. B29, 334 (1975).
4. H. Tsao, Phys. letters B53, 381 (1974).